ECONOMIAS DE ESCOPO: UMA ANÁLISE DE CONVEXIDADE TRANS-RADIAL DA FUNÇÃO DE CUSTO DE PRODUÇÃO AGRÍCOLA[1]

S.A. BRANDT[2], J.A.B. SÃO JOSÉ[3], A. AAD NETO[4],
S. WONG[5] e J. CIPRIANO[6]

RESUMO - Este trabalho examina as propriedades de subaditividade e convexidade trans-raio da função de custo de produção agropecuária. Os resultados empíricos obtidos para uma amostra de propriedades rurais da Zona da Mata de Minas Gerais tendem a confirmar a proposição de que tanto a escala como o perfil do produto agropecuário são fatores importantes na determinação dos custos de produção. O custo de produção tende a ser menor, no caso da produção múltipla, do que no caso da produção especializada.
Termos para indexação: função de custo, firma multiproduto, subaditividade, convexidade trans-raio, economias de escala, economias de escopo.

ECONOMIES OF SCOPE: A TRANS-RAY CONVEXITY ANALYSIS OF THE FARM COST FUNCTION

ABSTRACT - This paper examines the subadditivity and trans-ray convexity properties of the farm production cost function. The empricial results obtained for a sample of farms located in the Zona da Mata of the State of Minas Gerais, Brazil, tend to confirm the proposition that both scale and scope of farm output are important factores affecting production costs. Farm production costs tend to be lower for multiple output farms cohen compared to specialized farms.
Index terms: cost function, multioutput firm, subadditivity, trans-ray convexity, economies of scale, economies of scope.

IMPORTÂNCIA E OBJETIVOS

A análise tradicional da teoria da firma enfoca a firma especializada na produção de um único produto. Na realidade, entretanto, o que prevalece é a firma multiproduto e é este tipo de firma que se dirigem as políticas intervencionistas (Bailey & Friedlaender, 1982).

A complexidade das relações comportamentais, no contexto multiproduto, indica que as noções simples de eficiência, relacionadas com a escala de produção, são insuficientes para explicação do perfil de produção e de seus efeitos sobre os custos de produção. A nova teoria, recentemente desenvolvida por Baumol, 1982, e Willig, 1979, entretanto, trata de firmas e setores multiproduto e fornece um esquema analítico mais promissor para o exame dos problemas de eficiência, num contexto mais realista.

---

[1] Recebido em 30 de maio de 1986.
Aceito para publicação em 19 de maio de 1987.
[2] Ph.D Economia Agrícola, professor titular da Universidade Federal de Viçosa (DER/CCA/UFV) - CEP 36570 - Viçosa, MG.
[3] Técnico da Universidade Federal de Viçosa (DER/CCA/UFV) - CEP 36570 - Viçosa, MG.
[4] Professor Assistente da Universidade Federal de Viçosa (DER/CCA/UFV) - CEP 36570 - Viçosa, MG.
[5] Estudante da Universidade Federal de Viçosa - CEP 36570 - Viçosa, MG.
[6] Professor Assistente da Universidade Federal de Viçosa - Rua Pedro Mendes Filho, 138/201 - CEP 36570 - Viçosa, MG.

Os novos conceitos incorporados à análise de eficiência se referem a custos médios de raio rigorosamente decrescentes, economias de escopo, convexidade trans-raio, subaditividade da função de custo e complementariedade inter-produtos.

O presente estudo tem em vista a utilização destes conceitos teóricos para avaliação dos efeitos de escala e escopo sobre os custos de produção agropecuária. Usam-se modelos empíricos propostos pro Baumol & Braunstrein, 1977 e dados de uma amostra de produtores rurais localizados na Zona da Mata de Minas Gerais. Os resultados obtidos são usados para o desenvolvimento de inferências úteis à formulação de políticas agrícolas.

METODOLOGIA

Diz-se que uma **função de custo é subaditiva** na medida em que, para dados preços de fatores, uma firma pode produzir dado vetor de produtos (y^*) a custo inferior ao que seria obtido por qualquer combinação de m $\geqslant$ 2 firmas, tendo cada uma delas a mesma função de custo C(y). De modo mais formal, qualquer C(y) é subaditiva no vetor de produtos y^* se, para todos os conjuntos de vetores de produtos y^i, de modo que $\Sigma y^i = y^*$, tem-se

$$\Sigma\ C(y^i) > C(y^*) \tag{1}$$

Torna-se evidente que a subaditividade é o critério básico para obtenção da maior eficiência (menor custo) por meio da fusão de firmas (Willig, 1979).

Conquanto não seja possível definir custo médio para a firma multiproduto, visto não ser possível construir um índice não-ambíguo de produto, para um conjunto de produtos heterogêneos, pode-se determinar a natureza da relação entre custo e escala, na medida em que os produtos variam de modo proporcional, isto é, na medida em que se desloca, a partir da origem, ao longo de qualquer raio no espaço de produto. De modo mais formal, para o raio que passa por dado produto y', arbitrariamente igualado à unidade, pode-se definir custo médio de raio (C) do seguinte modo

$$\bar{C} = C(ky')/k \tag{2}$$

na qual k é um escalar que indica a escala de produção.

Desta forma tem-se o seguinte critério de C decrescente ao longo do raio através de y': $\overline{C}$ é estritamente decrescente na medida em que

$$C(ky')/k > C(vy')/v \tag{3}$$

para $v > k$.

Existe correspondência entre C decrescente, no caso multiproduto, e economias de escala, no caso de produto homogêneo.

Há também necessidade e interesse em se determinar a medida em que é, ou não, mais econômica a produção conjunta de diversos produtos. Para a análise da complementariedade interprodutos usa-se o conceito de **convexidade trans-raio da função de custo** (Baumol & Fischer, 1978).

Diz-se que uma função de custo é transradial convexa em y se existe um hiperplano passando por y tal que C é convexa nele. Em outros termos, a produção múltipla deve ser menos onerosa do que a produção de um único produto. Neste caso, diz-se que a função de custo é transradial convexa em y. De modo mais formal, uma função de custo C(y) é transradial convexa em y se, para o vetor de produtos $y = (y_1, ..., y_n)$, existe um conjunto de constantes positivas (preços de produtos) $W_1, ..., w_n$, de modo que, para cada dois vetores de produtos $y^a = (y_{1a}, ..., y_{na})$ e $(y_{1b}, ..., y_{nb})$, que satisfaça $\Sigma w_i y_{ia} = \Sigma w_i y_{ib} = \Sigma w_i y_i$, tem-se

$$C\,|ky^a + (1 - k)\,y^b| \leq k\,C(y^a) + (1 - k)\,C(y^b) \quad (4)$$

para qualquer k, sendo $0 < k < 1$.

Visto não ser possível, no caso de firmas multiproduto, medir o custo médio para todas as combinações de produtos, trata-se exclusivamente da função de custo total C(y) da firma. A Figura 1 ilustra uma função de custo total para o caso de dois produtos (y_a, y_b). Ao longo de qualquer raio, como OR, que mantém constantes as proporções entre produtos, tem-se uma curva de custo total usual, como OST, traçada com a forma também costumeira, de modo que apresenta custo marginal decrescente, nas proximidades da origem, e crescente em pontos afastados da origem. Por outro lado, o corte radial, acima de AB, gera um corte seccional C'TC com formato U aproximado. Esta ilustração indica que e relativamente menos oneroso produzir y_a e y_b em conjunto (ponto U) do que separadamente (ponto A ou ponto B). Em outros termos, esta forma transradial convexa é suficiente para oferecer complementariedade, a qual leva as firmas e os setores da economia a produzir uma multiplicidade de produtos, em vez de se especializarem na produção de um único produto.

Baumol, 1982, demonstra a proposição de que, para dado y*, a condição suficiente para subaditividade da função de custo em y*, é a ocorrência conjunta de C rigorosamente decrescente, para y y*, e (não rigorosa) convexidade transraial, ao longo de qualquer corte seccional através de y*.

Existem casos em que a condição de convexidade transradial é sempre violada. Isto se deve à força dos retornos à escala produto específicos. Nestes casos, a função de custo envolve custos fixos inerentes a determinados produtos. Para uma firma que produz y_a e adiciona y_b ao seu perfil de produção, esta adição implica no dispêndio F_b, que não varia com a magnitude de y_b. Neste caso, F_b é um custo fixo específico ao produto B. É fácil concluir que tais custos fixos produto específicos excluem a possibilidade de convexidade trans-raio, mesmo que esta condição venha a ser preenchida em outras circunstâncias. A Figura 2 ilustra uma função de custo deste tipo, denominada trans-silvaniana ªWillig, 1979). Nesta figura, a porção interior do corte seccional, acima de AB, isto é, C'TC, é convexa. Visto, entretanto, que a produção de A incorre em custos fixos (Fa = DC), o corte seccional salta, vertical e descontinuamente, acima de y_b, de B para C. De modo similar, em virtude dos custos fixos inerentes ao produto B (F_b

= D'C'), observa-se um salto, de D' para C', acima do eixo y_a. A forma de asas de morcego (donde o termo trans-silvaniana), da superfície de custo, dá origem a cortes seccionais trans-raio, como D'C'TCD, os quais evidentemente violam a exigência de convexidade.

No presente estudo, a função de custo total de produção agropecuária é examinada por meio de duas formas funcionais:

$$C = \beta_o + \beta_1 Y_a + \beta_2 Y_b + \beta_3 Y_a \cdot Y_b \tag{5}$$

e,

$$C = \beta_o + \beta_1 Y_a + \beta_2 Y_b + \beta_3 (Y_a \cdot Y_b)^{\gamma} \tag{6}$$

nas quais C é o custo total variável da produção agropecuária, expresso em Cr\$ 10^3 de 1984, por empresa, por ano; Y_a e Y_b são os valores totais da produção de lavouras e criações, respectivamente, expressos em Cr\$ 10^3 de 1984, por empresa, por ano: β_o, β_1, ..., β_3 e γ são os parâmetros a serem estimados.

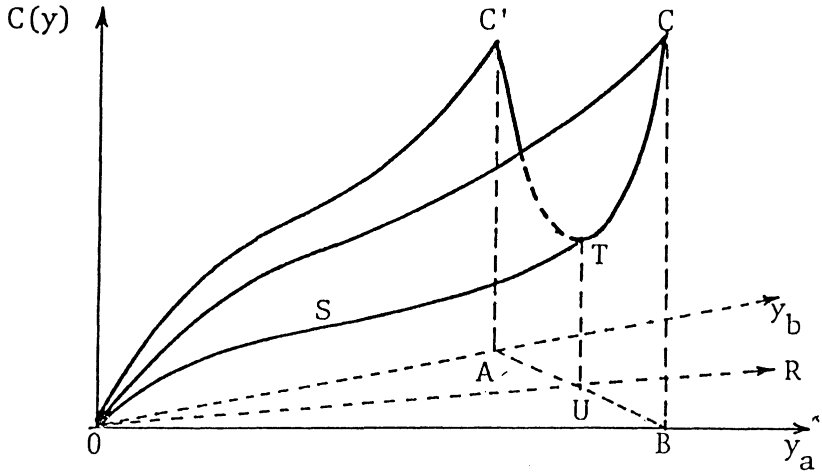

FIGURA 1 - Função de Custo Trans-raio Convexa

A equação da forma linear (5) é ajustada por mínimos quadrados ordinários, após adição de um termo de erro estocástico que, por pressuposição, é $\sim NID(0, \sigma^2)$. O teste da hipótese de convexidade trans-raio no caso da equação (5), corresponde ao teste de H_0: $\beta_3 < 0$. O teste de hipótese de subaditividade em (5) corresponde ao teste de H_0: $\beta_3 < 0$ e $\beta_o > 0$ (Baumoç & Braunstrein, 1977).

O uso da forma não-linear (6) em vez de uma forma linear, para a função de custo, entretanto, introduz uma série de elementos complicadores. Em primeiro lugar tem-se a natureza não-linear do termo de produtos cruzados, que exige o emprego de técnica de estimação não-linear apropriada. No presente estudo usa-se o procedimento de mínimos quadrado não-lineares de Gauss-Newton, da versão SAEG da Universidade Federal de Viçosa.

No caso da equação (6), para $\beta_o > 0$; $\beta_3 < 0$; e $0 < \gamma < 1/2$, existe uma amplitude em que se pode obter redução de custo por meio de fusão de firmas, contudo, na medida em que a fusão desloca a firma para o exterior da região de **subaditividade** ($\beta_o > 0$; $\beta_3 < 0$; e $0 < \gamma < 1/2$), o processo de fissão ou concentração (fundiária) pode resultar em elevação de custo total e não em redução dos mesmos.

Na função generalizada de custo total (6), as condições $\beta_3 < 0$ e $1 \geq \gamma > 0$ são suficientes para **convexidade trans-raio** visto que, ao longo de um corte seccional linear, $Y_b = - w Y_a + k$, o único termo não-linear em (6) torna-se igual a $\beta_3 (k Y_a - w Y_a^2)^{\gamma}$.

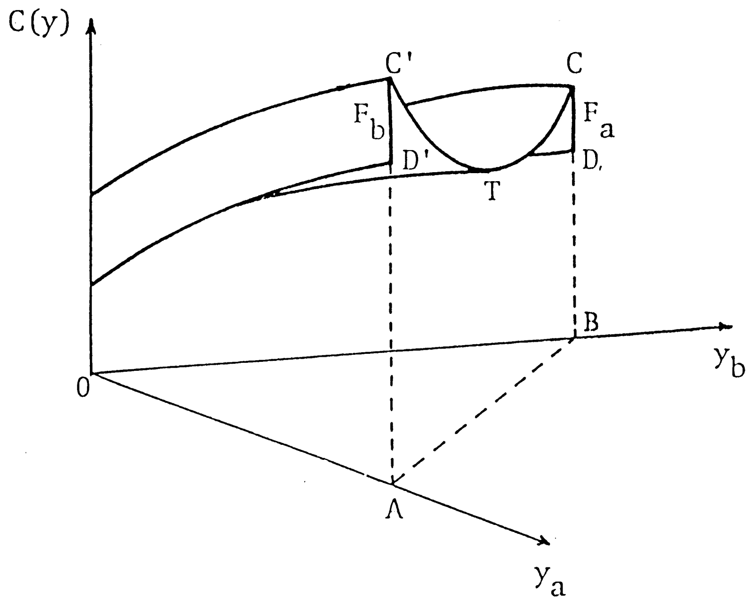

FIGURA 2 - Função Transilvaniana de Custo

Os dados básicos usados na análise se referem ao ano agrícola de 1983-84 e provém de uma amostra total que engloba 394 empresários, das quais 50 são parceiros e os 344 restantes são proprietários localizados na Zona da Mata de Minas Gerais. A Zona da Mata de Minas Gerais engloba sete MRH, a saber, Mata de Ponte Nova, Vertente Ocidental do Caparaó, Mata de Viçosa, Mata de Muriaé, Mata de Ubá, Juiz de fora e Mata de Cataguases, envolvendo 123 municípios. São selecionados 12, dentre estes 123 municípios, para efeito de amostragem. Estes últimos compõem quatro estratos (zero a dez, dez a cinqüenta, cinqüenta a 100 e 100 a 200 hectares). Da amostra total de 394 propriedades, 176 são assistidas pelo PRODEMATA (Programa de Desenvolvimento Rural Integrado da Zona da Mata, MG) e as 218 restantes não são assistidas por este programa. O universo correspondente abrange 93.515 propriedades e as unidades amostrais são completamente aleatórias, dentro dos estratos (UFV, 1985).

RESULTADOS E DISCUSSÕES

A equação não-linear de custo de produção agropecuária ajustada a dados de 394 unidades de produção (estatísticas t de Student entre parênteses) é a seguinte:

$$\underset{(62,6760)}{\hat{C} = 2,9122} + \underset{(0,0097)}{0,3998\ Y_a} + \underset{(0,0146)}{0,4797\ Y_b} - \underset{(1,0640)}{0,0011\ Y_a} \cdot \underset{(92,0505)}{Y_b^{0,1969}} \qquad (7)$$

$$R^2 = 0,862$$

e a equação linear de custo, ajustada ao mesmo conjunto de dados é:

$$\underset{(2,791)}{\hat{C} = 310,3650^{*}} + \underset{(24,971)}{0,3955^{**}\ Y_a} + \underset{(21,450)}{0,4864^{**}\ Y_b} - \underset{(1,7007)}{0,6516 \cdot 10^{5*}}\ Y_a \cdot Y_b \qquad (8)$$

$$R^2 = 0,869^{**} \qquad F_{(3;370\ g.l.)} = 818,809^{**}$$

A equação da forma não-linear é descartada, uma vez que os estimadores de β_o, β_3 e y não podem ser considerados estatisticamente **significantes**, de acordo com o critério $\beta/\sigma_\beta \geq 1,000$. Ao contrário, a forma linear não é descartada, como representação adequada da função de custo, uma vez que todos os estimadores apresentam sinais coerentes e estatisticamente significantes, pelo menos ao nível de 0,05 de probabilidade (testes unilaterais).

Nota-se que, ao longo de qualqer raio que emana da origem, $Y_a = v\,Y_b$, $v > 0$, de modo que (5) se torna igual a

$$C = \beta_o + (\beta_1 + v\ \beta_2)\ Y_a + v\ \beta_3\ Y_a^2 \qquad (9)$$

e a relação de custo médio é dada por

$$\bar{C} = \beta_o/Y_a + (\beta_1 + v\ \beta_2) + v\ \beta_3\ Y_a \qquad (10)$$

a qual é rigorosamente decrescente na medida em que $\beta_o > 0$ e $\beta_3 < 0$. Estas duas hipóteses não são rejeitadas, com base nos estimadores da equação (8).

Com base na evidência empírica obtida (equação de custo de forma linear) indica-se a presença de **convexidade transradial**, uma vez que a condição necessária e suficiente $\partial^2 C/\partial Y_a \cdot \partial Y_b = \beta_3 < 0$ é preenchida. Ao longo de um corte seccional linear negativamente inclinado deve-se ter

$Y_b = - w Y_a + k, w > 0$. Nota-se que a condição $\partial^2 C/\partial Y_a . \partial Y_b = \beta_3 < 0$ é freqüentemente interpretada com a condição de complementariedade inter-produtos (Baumol & Braunstrein, 1977).

Ainda com fundamento na evidência empírica oferecida pela equação de custo de forma linear indica-se a presença de **subaditividade** da função de custo da agropecuária, uma vez que, substituindo-se $Y_b = - w Y_a + k$ na equação linear de custo obtém-se:

$$C = \beta_o + k \beta_2 + (\beta_1 - w \beta_2 + k \beta_3) Y_a - w \beta_3 Y_a^2 \tag{11}$$

cuja segunda derivada é igual a $-2w\beta_3$, a qual é positiva se e somente se $\beta_3 < 0$. Destarte, de acordo com a primeira proposição, as duas condições observadas $\beta_3 < 0$ e $\beta_o > 0$ são suficientes para existência de subaditividade, na medida em que a equação de custo de forma linear é representação adequada da função de custo, para todos os pontos mais próximos da origem do que os efetivamente observados.

Os resultados ora obtidos apoiam a evidência anterior, de Cruz et alii, 1985, mas contrariam, em parte, as indicações de Brandt et alii, 1985.

CONCLUSÕES E INFERÊNCIAS

Com base em dados de uma amostra (N = 394) de estabelecimentos rurais localizados na zona da Mata de Minas Gerais e em modelo econométrico proposto por Baumol e Braunstein testaram-se as hipóteses de subaditividade e de convexidade transradial da função de custo de produção da agropecuária. A evidência estatística obtida sugeriu que estas duas hipóteses não devem ser rejeitadas. Indicou-se também a presença de custos médios de raio rigorosamente decrescente, para os dois agregados de produtos (lavouras e criações).

As inferências para política agrícola são as de que reduções nos custos médios de produção podem ser alcançados tanto por meio da fusão de empresas como por meio da ampliação da linha de produtos, especificamente, a combinação de lavouras e criações. Novos testes se fazem necessários para indicar a conveníencia, em termos de custos, da combinação de explorações específicas, sejam elas vegetais ou animais.

REFERÊNCIAS

BAYLEY, E.E. & FRIENDLAENDER, A.N. Market structure and multiproduct industries, **J. Econ. Lit. 20**(3). 1024-48, 1982.

BAUMOL, W.J. Contestable markets: an uprising in the theory of industry structure, **Am. Econ. Rev. 72**(1)-15, 1982.

BAUMOL, W.J. & BRAUNSTREIN, Y.M. Empirical stydy of scale economies and production complementary: the case of journal publication, complementarity: the case of journal publication, **J. Pol. Econ. 85**(5): 1037-48, 1977.

BAUMOL, W.J. & FISCHER, D. Cost minimizing number of firms and determination of industry structure, **Q.J. Econ. 92**(3): 439-67, 1978.

BRANDT, S.A.; CIPRIANO, J.; LOTETO, M.D.S.; GUIMARÃES, H.M.; WONG, S. Estudo empírico de economias de escopo e economias de escala na produção agropecuária paulista, ENCONTRO BRASILEIRO DE ECONOMETRIA, Vitória, SBE, Anais. ., p. 115-30, 1985.

CRUZ FILHO, H.; BRANDT, S.A.; SÃO JOSÉ, J.A.B.; CIPRIANO, J.; RIGUEIRA, P., Economia da comercialização cooperativa: estimativa de uma função de custo multiproduto, CONGRESSO BRASILEIRO DE MARKETING RURAL, Lavras, ESAL/ABMR, Resumos..., p. 22-4.

PANZAR, J.C. & WILLIG, R.D., 1981. Economies of scope, **Am. Econ. Rev. 71**(2): 268-72.

VIÇOSA, UNIVERSIDADE FEDERAL, **Programa de desenvolvimento rural integrado da Zona da Mata, MG – PROMDEMATA.** viçosa, DER, VIII Relatório Anual de Avaliação, 333 p. 1985.

WILLIG, R.D., 1979. Multiproduct technology and market structure, **Am. Econ. Rev. 69**(2): 346-51.