

**PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA APLICADA A DADOS
EXPERIMENTAIS NO BRASIL: PROBLEMAS ATUAIS,
LIMITAÇÕES E SUGESTÕES**

Evaristo M. Neves

Luiz R. Graça

Bruce McCarl¹

RESUMO - É conhecido o importante papel desempenhado pelas estações experimentais no desenvolvimento da agricultura. Em países desenvolvidos, elas são responsáveis, em parte, pelas altas taxas de produtividade na agricultura. No caso brasileiro, a quantidade de conhecimentos obtidos de estudos econômicos na área experimental é ainda pequena. Este estudo apresenta três seções. A primeira analisa alguns problemas de ordem metodológica e institucional, que têm contribuído para a ainda fraca contribuição das estações experimentais em análises econômicas. A segunda mostra como a programação matemática pode ser um poderoso instrumento na análise econômica de dados experimentais, auxiliando os pesquisadores da área biológica e econômica e as instituições de pesquisas agrícolas. Finalmente, a terceira seção estabelece algumas conclusões com base nas seções anteriores.

ABSTRACT - Experiment stations represent an important component in agricultural development. Results obtained by experiment stations in developed countries are partially responsible for their high rate of agricultural productivity as well as their rate of agricultural development. It has been shown in the Brazilian situation, the amount of knowledge obtained from agricultural economics studies in the experimental area is very small. This paper is divided into three parts: The first section deals with institutional and methodological problems which contribute to the poor results in the economic analysis of experimental data as well as from the production functions obtained from farm data. The second section is to show mathematical programming can be a powerful aid in carrying out economic analysis of experimental data. Through this section the authors intend to show the biological and economic researcher as well as extension agents, agronomists and decision markers in the government agricultural research institutions, why mathematical programming may be an attractive technique. Finally, some concluding remarks will be included which pertain to the previous sections.

¹ Respectivamente, professor-assistente - Doutor do Departamento de Economia e Sociologia Rural, da Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Piracicaba-SP, e bolsista da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo - FAPESP, na Universidade de Purdue, Est. Indiana-USA, no 29 semestre de 1978; estudante de Pós-Graduação (Ph.D.) e bolsista do PEAS/CAPES, na Universidade de Purdue, Est. Indiana-USA; professor do Departamento de Economia Agrícola da Universidade de Purdue, Est. Indiana-USA.

INTRODUÇÃO

As estações experimentais representam um importante componente no desenvolvimento da agricultura. Resultados obtidos em estações experimentais, em países desenvolvidos, são parcialmente responsáveis pelas altas taxas de produtividade na agricultura, bem como pelas altas taxas de desenvolvimento da agricultura.

Países em desenvolvimento têm tentado aumentar a produtividade dos fatores de produção. O Brasil, como um caso específico, tem dirigido as pesquisas de suas instituições agrícolas procurando aumentar a produtividade dos fatores, através de estudos e trabalhos que desenvolvam novas tecnologias para o setor agrícola e ampliem mercados para produtos agropecuários.

Hoje, constitui uma importante questão saber como pode a pesquisa agrônômica ser acelerada, de tal maneira a obter contribuições significativas para estas prioridades. Altos níveis de produtividade não dependem exclusivamente do produtor. Salientando o importante papel das estações experimentais, YANG (36) diz: "Um agricultor, por si só não possui conhecimentos nem os meios necessários para estabelecer, por sua conta, uma estação experimental ou um instituto de investigações que reúna todas as informações e estudos, que permitam melhorar seus sistemas agrícolas e a eficiência de sua propriedade. Toda a informação que o auxilie na adoção de práticas novas, tem que ser proporcionada por seu governo e outras instituições do país".

Há duas formas de conhecimentos técnicos: os estabelecidos por base científica através de pesquisas e trabalhos experimentais e os obtidos através de conhecimento pessoal, por técnicos e produtores rurais, com base na observação de fenômenos e da anotação mental dos resultados, gerando informações sobre a causa dos problemas e, freqüentemente, os meios para resolvê-los.

É bem sabido que, no Brasil, há ainda um reduzido volume de conhecimentos obtidos com os trabalhos agroeconômicos da área experimental; assim, grande parte das decisões, quer pelos responsáveis pela extensão e assistência técnica, quer pelos agricultores, é tomada com base no conhecimento pessoal. Neste enfoque, entre outras coisas necessárias para acelerar o desenvolvimento tecnológico, devem ser identificados fatores que coloquem as estações experimentais numa posição de destaque, para dar uma contribuição mais efetiva para o problema de determinação de padrões econômicos, no uso de novos insumos na agricultura.

Este trabalho está dividido em três partes: a primeira seção focaliza problemas institucionais e metodológicos, que contribuem para a limitada contribuição das análises econômicas de dados experimentais, bem como das funções de produção de dados de propriedades rurais; a segunda mostra como a programação matemática pode ser um poderoso instrumento para essas análises econômicas, em cuja seção pretende-se mostrar aos pesquisadores da área biológica e econômica, bem como aos agentes extensionistas, agrônomos e tomadores de decisão das instituições governamentais de pesquisa agrícola, por que a programação matemática pode ser uma técnica atrativa;

finalmente, alguns comentários e conclusões serão incluídos, pertinentes às duas seções anteriores. O enfoque dado é para fertilizantes.

ESTAÇÕES EXPERIMENTAIS NO BRASIL: PROBLEMAS INSTITUCIONAIS METODOLÓGICOS

Diversos autores, entre eles TEIXEIRA FILHO (32), SCHUH & TOLLINI (30), PAIVA et alii (25), analisaram os problemas institucionais e metodológicos que têm limitado uma maior contribuição das estações experimentais do Brasil nas análises agroeconômicas provenientes de dados de estações e fazendas experimentais. Estes problemas, que são discutidos, mais pormenorizadamente, por NEVES (24), podem ser classificados como sendo de duas ordens, como se verá.

Ordem Institucional

Existe, atualmente, um pequeno número de economistas rurais localizados em estações e fazendas experimentais. TEIXEIRA FILHO (33) reportava que, em 1973, menos de 20, dos 1000 (número aproximado) técnicos que se dedicavam à pesquisa no Departamento Nacional de Pesquisa Agropecuária, faziam estudos econômicos. Um número menor ainda, destes, dedicava-se à análise econômica dos resultados dos experimentos; portanto, importantes estudos econômicos, tais como os que envolviam respostas a fertilizantes, eram bastante limitados. Esta situação leva TEIXEIRA FILHO (33) a considerar "como uma das falhas do progresso da atividade profissional do economista rural. Apesar deste tipo de análise fornecer uma das melhores avaliações de inovações a serem introduzidas, de contar com dados bastante mais acurados que fornecem condições de estimativas bem mais precisas de relações físicas de produção, os economistas rurais não estavam dispensando à análise econômica de dados experimentais o merecido cuidado".

Existe, além do mais, uma falta de integração entre os pesquisadores nas áreas biológicas e econômicas, refletindo na fraca contribuição econômica dos resultados experimentais. Simultaneamente, aqueles que têm trabalhado com questões econômicas, têm atuado isoladamente, com limitada troca de informação, às vezes com esforços redundantes e paralelos. Estes fatores têm contribuído para o lento progresso que se verifica no campo de aplicações práticas. Como ARAUJO (1) salienta, parece claro o fato de que é indispensável que os organismos de investigação agroeconômica da América Latina não orientem sua atividade em função do conhecimento em si, o que pode resultar num luxo que nossos países não podem pagar. É inadmissível que um organismo de investigação não conte com uma clara política, acerca do que é que se investiga e para que se investiga. Se as políticas fundamentais de investigação são suficientemente claras, os organismos nacionais de investigação poderão colocar-se em condições de evitar o desperdício econômico que é suscetível de produzir-se em uma investigação, originada nas pretensões individuais do conhecimento científico dos investigadores".

Ordem Metodológica

Em face da ausência de um treinamento formal das áreas estatística e econômica (até início da década de 60), muitas das análises obtidas das estações experimentais foram de valor limitado. Com o surgimento dos primeiros centros de pós graduação em economia rural, da qual a Universidade Federal de Viçosa foi a primeira, em 1961, observa-se uma ênfase maior sobre superfície de respostas, conduzido por economistas rurais. Análises mais sofisticadas foram efetuadas, incluindo a aplicação de análises de regressão múltipla. Uma boa parcela desses estudos, porém, incluíam modelos com especificações simples, como a função polinomial quadrática para dados experimentais e a função Cobb-Douglas para dados de fazenda. Somente agora, na década de 70, tem havido melhores especificações de modelos e têm sido usadas metodologias mais apropriadas. Recentemente, os experimentos têm incluído outras variáveis e têm aumentado os intervalos de observações. Especificações alternativas, além da função Cobb-Douglas, tais como Ulveling-Fletcher e "Ridge Regression Models" (regressão de cumeeira) têm sido agora aplicadas. A ausência de conhecimento no uso de novas funções algébricas, de novas especificações de modelos e alto grau de sofisticação, pode ter sido dos principais problemas metodológicos que impediram uma melhor contribuição à análise agroeconômica de dados experimentais.

Os desenhos experimentais, que foram e ainda são usados em muitos locais, são inadequados para uma melhor análise econômica dos dados. TEIXEIRA (31) observou "que havia um grande número de experimentos com limita o uso, porque eles não incluíam variações com respeito a importantes variáveis econômicas. Por exemplo, pesquisadores biológicos vêm empregando métodos de trabalho mais adequados para a análise qualitativa dos fatores e não têm levado em conta o conceito de curva de resposta, como, por exemplo, a função de produção, ou se preocupam exclusivamente, com os maiores níveis de produção que não implicam, necessariamente, maiores níveis de renda para os produtores".

Outro importante problema metodológico, em muitas análises econômicas era a certeza utilizada nos preços de fatores e produtos, quando é sabido que no mundo real os preços carregam uma boa dose de incerteza e mudanças, principalmente em economias de países em desenvolvimento, onde os custos elevados da inflação prevalecem. Isto estaria sugerindo que as recomendações deveriam levar em conta intervalos de preços e quantidades.

Baseadas nestes problemas, muitas recomendações têm sido feitas. Estas recomendações, sumariadas por NEVES (24), seriam as seguintes:

- a) deveria existir uma integração entre as pesquisas econômicas e biológicas na agricultura. Equipes interdisciplinares deveriam trabalhar juntas nos desenhos experimentais. Esta integração, no Brasil, não parece tão difícil como no passado. O desenvolvimento e o caráter dinâmico da agricultura devem aproximar especialistas dos campos biológico, físico e econômico e suprimir as barreiras mentais impostas pelo tempo e as tradições científicas que traçaram linhas tão definidas entre disciplinas e metodologias;
- b) experimentos deveriam ser repetidos e desenvolvidos em mais de um local e por diversos anos. Algumas pesquisas concluíram que os seus resultados deveriam ser analisados com cautela, em face de terem sido realizadas em um determinado tipo de solo, com dado nível de fertilidade, a uma determinada produção perfeitamente definida, criando dificuldades para a extrapolação das análises para outros locais.

- Neste sentido, DOLL et alii (8) citam que "somente a existência duma rede de experimentação agrônômica muito densa no espaço e muito repetida no tempo permitirá a utilização com um mínimo de garantia de êxito das funções de produção na prática corrente da gestão agrícola, e isto tanto mais quando tal utilização deve ser muito mais de caráter normativo do que mera observação de fenômenos ocorridos";
- c) maiores amplitudes na variação do uso do fator variável, que permitam aos pesquisadores identificar o comportamento da produção dentro e fora dos limites dos níveis de utilização do fator. Neste sentido, PINHEIRO (26) recomenda, para solucionar tal limitação, que o pesquisador quando for delinear seu experimento deverá adotar uma amplitude nos seus tratamentos, de tal forma que se obtenham resultados relativos aos três estágios de produção, podendo-se, assim, delimitar o estágio de produção e conhecer o comportamento da produção de uma forma mais ampla;
 - d) o trabalho experimental deveria ser combinado com amostras em fazendas, criando informações do que realmente está acontecendo no setor agrícola, suas necessidades e suas práticas comuns. DAVIDSON et alii (7) realizaram estudos que indicaram que os rendimentos obtidos nas propriedades agrícolas são menores que os rendimentos experimentais, em grande número de casos. Essas diferenças são devidas, principalmente, às circunstâncias sob as quais os experimentos foram conduzidos e à adoção tecnológica. Por esta razão, ninguém pode esperar que recomendações baseadas somente nos resultados experimentais produzirão os resultados preestabelecidos. Essas recomendações podem contribuir para uma "desconfiança" do proprietário agrícola a respeito de novas tecnologias e dos pesquisadores que as formulam. Recomenda-se, hoje, tanto quanto possível, que as condições da propriedade agrícola devem ser incorporadas nos delineamentos experimentais. O melhor, todavia, seria promover, e mesmo intensificar, pesquisas nas propriedades de modo a obter informação mais acertada;
 - e) experimentos deveriam considerar riscos e incertezas. Não é suficiente para o economista rural ter um ótimo nível em uma situação "ex-post", onde os níveis de produção e preço são conhecidos. Níveis de fatores de produção deveriam ser determinados para situações "ex-ante", permitindo, daí, ao proprietário agrícola, escolher a melhor alternativa próxima da situação do mundo real.

Nos estudos realizados no Brasil, salvo raras exceções, e mesmo assim nos últimos cinco anos, a base dos trabalhos experimentais tem assumido que o proprietário agrícola tem perfeito conhecimento da natureza das relações de preço e produção. A situação do mundo real, porém, é bem diferente: condições de tempo, comportamento de mercado e variações de preços são tais, que o produtor raramente conhecerá com certeza os resultados de suas decisões. Então, incluindo risco e incerteza nas análises, certamente trarão resultados mais realísticos. Por outro lado, o cientista biológico pode ajudar muito mais, acumulando, sistematicamente, conhecimentos e informações sobre as condições de tempo, pragas e doenças, bem como aprendendo como diferentes processos de produção e culturas respondem aos fatores de produção usados, sob diferentes condições de tempo, e levando este tipo de informação aos proprietários agrícolas.

Muitos destes problemas estão sendo agora analisados pela primeira vez, desde a criação da EMBRAPA – Empresa Brasileira de Pesquisa Agropecuária, em 1973. A EMBRAPA espera gerar muito mais informações e resultados objetivos, em face, principalmente, da sua política de investimento em

capital humano (mais de 300 técnicos estão sendo treinados em programas de mestrado e doutorado nas áreas biológica e econômica).

PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA COMO INSTRUMENTO ÚTIL PARA EXPERIMENTOS AGROECONÔMICOS EM ESTAÇÕES EXPERIMENTAIS E FAZENDAS

Em países desenvolvidos, a programação matemática tem sido um instrumento útil para análises econômicas. Modelos satisfatórios são desenvolvidos e usados, muitos dos quais se referem à análise de resultados de experimentação. Experimentos agroeconômicos, no Brasil, ganharam maior ênfase desde a criação da EMBRAPA, mas os procedimentos para a análise de tais experimentos ainda não estão claramente estabelecidos. Até o presente momento, um número bastante reduzido de estudos tem tentado usar programação matemática em experimentos. Os mais conhecidos foram desenvolvidos por BRANDÃO (2), GOODWIN et alii (10) e pelo IBED (KUTCHER & SCANDIZZO (16)).

É esperado que os procedimentos para delinear experimentos venham se expandindo, de tal modo que sirvam para análises agroeconômicas e para criar múltiplas e variáveis relações fator-produto. A produção de uma cultura depende do nível de utilização dos muitos insumos produtivos, tais como, fertilizantes, trabalho, defensivos, maquinaria etc. Portanto, o problema econômico envolvido na produção de uma cultura é selecionar o nível de utilização dos agentes produtivos, a fim de maximizar lucros. Então, as recomendações dos agentes produtivos devem ser baseadas nos experimentos que levam em conta as relações entre os mesmos na função de produção.

Como uma estrutura, para desenvolver e aplicar informação de técnicas na agricultura, a programação matemática oferece muitas oportunidades que não são completamente conhecidas nas aplicações correntes. Como tem sido usada, a programação matemática inclui, primeiramente, programação linear e suas extensões para formulações, em que alguma das pressuposições de linearidade e aditividade são relaxadas.

Programação Linear em Análises Experimentais

Quando a programação linear é aplicada a dados experimentais, a tecnologia disponível para a firma é assumida ser composta de um finito número de processos. Um processo usa insumos em proporções fixas e produz um ou mais produtos; cada processo pode ser operado a vários níveis de atividade, o nível de atividade sendo o número de unidades de produtos que é produzido com o processo. Quando dois ou mais processos são usados simultaneamente, é assumido que eles não interferem com um outro, ou tornam o outro mais produtivo. Em outras palavras, é assumido que os processos são aditivos nos insumos. Conhecendo o lucro a ser determinado por unidade de produto de cada processo e guardando a limitada disponibilidade de insumos, a firma precisa determinar o nível de atividade pelo qual cada processo deveria ser operado para maximizar o lucro.

Para muitas finalidades econômicas, o número de processos disponíveis é finito e cada processo deve ser

mantido como inflexível, no que concerne às proporções entre os serviços dos fatores e os produtos do processo. Os fatores não podem ser substituídos por outro, exceto por mudança nos níveis aos quais os processos técnicos são usados, porque cada processo usa fatores em proporções fixas. Na programação matemática, de um modo semelhante, substituição de processo desempenha um papel análogo ao de substituição de fatores na análise convencional (DORFMAN (9)).

Os autores assumem que isto é familiar para o leitor (aqueles que estiverem interessados em mais detalhes sobre a comparação entre a teoria da produção convencional e programação linear devem consultar NAYLOR (23)).

Pode-se, porém, examinar estas pressuposições sob outra perspectiva. A apresentação acima sobre a função de produção homogênea linear é para uma atividade. Para I delinear funções de produção experimentais, pode-se escolher um número de pontos da função desejada e escolher uma produção máxima; então, pode-se encontrar um ponto representando a produção máxima, que é, arbitrariamente, bem próxima da produção máxima real, olhando um suficiente número de pontos. Por tais aproximações, é possível considerar problemas do mundo real não-lineares, sob uma estrutura de programação linear (BRINK (3)).

Por que Usar Programação Matemática em Análise de Pesquisa?

A discussão acima dirigiu a aplicabilidade da programação linear, ou, de um modo geral, a programação matemática, para dados experimentais e indicou que os mesmos resultados obtidos pela análise marginal poderão ser aproximados pelo uso da programação linear. Uma questão natural que surge, a esta altura, é por que usar programação linear? Por que não, usar, somente, as técnicas da análise marginal?

Considere-se uma simples assertiva, da economia da produção: um fator variável deveria ser usado até que seu preço se igualasse ao seu produto marginal vezes o preço do produto em consideração. Examinando esta assertiva, introduzir-se-ão algumas considerações. Primeiro, assume-se que haja incerteza quanto ao preço do insumo (fator variável) e este deve ser aplicado usando trabalho e máquina, em um dos diversos períodos de tempo do processo de produção. O preço do insumo é, assim, não somente incerto, como também varia, dependendo do custo de oportunidade dos recursos usados. Produto marginal de um insumo depende da função de produção, porém outros fatores de produção na função podem incluir incertezas, em relação a clima, produtividade, tempo de operações de plantio, ou frequência de operações (como número de aplicações de defensivos). Finalmente, podem-se considerar tais fatores como incertos e dependentes do mercado do produto, que envolve incerteza também. Certamente, a inclusão de todas essas complicações provenientes de incertezas poderia dificultar em muito o uso da análise marginal. Programação matemática, enquanto não responde ao final para este problema, poderia dar essências para soluções da situação acima exposta. Um modelo, por exemplo, poderia ser formulado com desagregação semanal de tempo com

especificados recursos, distribuídos de acordo com as disponibilidades semanais, por data de operação, para as atividades específicas da cultura em consideração. Adicionalmente, incertezas nos preços de insumos e de produtos poderiam ser incorporadas, via método de HAZELL (12). Funções de resposta, envolvendo incerteza, poderiam ser incluídas, via o método de WICKS & GUISE (35). Finalmente, desagregação de tempo de armazenamento e estocagem, com rendas provenientes de vendas. em diversos períodos, poderia resultar no preço do produto, variando todo o tempo. Estes exemplos são, porém, somente para propósitos ilustrativos. Uma observação genérica é que a programação matemática pode permitir a inclusão de todos estes itens, que podem ser essenciais na formulação de um problema.

A inclusão destes itens pode tornar difícil uma análise prática da análise marginal. Um ponto a favor da programação matemática prende-se à análise para medir os efeitos de inovações de pesquisa para a propriedade agrícola, tomada como um todo. Simples análises, como se tem observado na análise de determinação de níveis ótimos de fertilizantes, através da função de produção, podem estar ignorando fatores que terão grande influência na adoção de uma prática, como, por exemplo, crédito ou disponibilidade sazonal de trabalho. A programação matemática, por natureza, inclui tais considerações.

Outra área em que a programação matemática pode ser útil no Brasil prende-se à especificação dos objetivos da propriedade agrícola. Pequenos agricultores, particularmente, são freqüentemente conhecidos como não orientados somente para a maximização de lucros, mas também para problemas de subsistência, risco, ganhos com alocação de trabalho fora de propriedade etc. Uma área da programação matemática envolve os estudos de objetivos múltiplos (CHARNES & COOPER (4)). Dentro deste corpo de técnicas teóricas, com objetivos e restrições múltiplas, a tradicional análise marginal encontraria sérias dificuldades para a sua análise.

Uma consideração adicional no uso da programação matemática envolve a disponibilidade de dados. A estimação da função de produção geralmente requer um grande número de informações e dados históricos e corte seccional no tempo. Com o uso de uma simples função de produção de programação matemática, dados podem ser obtidos com limitadas informações obtidas de corte seccional ou fontes de experimentos. A programação matemática requer especificação de atividades individuais, que podem ser encontradas diretamente nos resultados experimentais. Limitada disponibilidade de dados, freqüentemente, existirá na formulação de pesquisas. Análises que envolvam incerteza (via WICKS & GUISE (35), HAZELL (12), ou RAE (27)), ou análises de sensibilidade, podem, também, ser usadas quando se trabalha com limitação de dados.

Programação matemática é também potencialmente útil para pesquisadores que queiram determinar novas direções para pesquisas. Dois tipos de análises podem ser recorridas. Primeiro, a programação matemática pode ser usada para simular o efeito de nova tecnologia na propriedade agrícola. Naturalmente, a solução de uma programação linear dará os níveis das variações de decisão e o associado grau de adoção tecnológica. Simultaneamente, porém, a solução irá produzir variáveis duais, as quais identificam as variáveis restritas e a severidade das restrições aos objetivos da firma. Tais informações são potencialmente úteis, em sugerir aos pesquisadores os pontos de estrangulamentos críticos na adoção da pesquisa e das áreas, para um refinamento tecnológico. Assim,

direções para pesquisa podem também ser observadas. Segundo os pesquisadores, podem se beneficiar da programação matemática para delineamento ou desenhos de pesquisa. KLEIN & KEHRBERG (15), em estudo recente, usaram programação linear para assessorar a deseabilidade das direções de pesquisa. Usando os resultados esperados de diversos projetos de pesquisa, análises foram feitas utilizando programação linear, sob alternativos preços relativos, para determinar quais tecnologias de pesquisa seriam adotadas. Então, os resultados dos projetos de pesquisa podem ser examinados para determinar situações sob as quais esses resultados de pesquisas poderiam ser adotados. A partir deste ponto, um pesquisador poderia também fazer simples estudos "ex-ante" e "ex-post" quanto aos projetados benefícios de tais pesquisas.

Outra importante área de aplicabilidade da programação matemática envolve o desenvolvimento de recomendações para a assistência técnica e extensão rural. No desenvolvimento de pacotes tecnológicos para diversas regiões, cada uma com suas próprias características, a análise marginal seria um instrumento falho em face das mudanças nos valores dos parâmetros. Usando uma formulação geral e pacotes computacionais como parâmetros que podem ser substituídos, podem ser desenvolvidos modelos que permitem àqueles, numa dada região, determinar suas próprias recomendações, com mudanças das condições (MCCARL et alii (22)). Por exemplo, admita-se a existência de quatro regiões produzindo porcos, em determinada unidade da federação, cada região com diferentes funções de produção, disponibilidades de insumos e relações de preços de fatores e produtos. Dados todos os coeficientes técnicos, o serviço de assistência técnica e extensão rural, pode-se determinar um modelo de programação linear para minimizar relações de custo (LP Ration Cost Minimizing Model), que utiliza preços locais e a tendência de composições que daria as recomendações apropriadas para cada região. Variabilidade de parâmetros poderiam ser investigados facilmente, então levando a uma aplicável recomendação de rações.

As razões finais Para o uso de programação matemática na análise de pesquisa repousa na aplicação do próprio instrumento. Primeiro, em modelando, a programação matemática força o pesquisador a pensar, em termos de objetivos, restrições e variáveis manipuláveis para o usuário final dos resultados da pesquisa. Através do processo de formulação e modelarão, a utilidade e adaptabilidade da pesquisa estão sendo avaliadas implicitamente. Posteriormente, uma vez o programa tenha sido formulado, a análise torna-se bastante simples. Recursos como a análise de pós-otimização (preço-sombra), a análise do dual e da sensibilidade criam resultados muito úteis. A simplicidade do uso destas técnicas estandardizadas pode, de fato, gerar mais segurança nas análises do que as convencionais técnicas da análise marginal, que podem exigir quantidades maiores de tempo para passos repetidos e implementação do programa com variáveis a serem incluídas ou excluídas do modelo.

Exemplos do Uso da Programação Matemática na Formulação de Pesquisa

A programação matemática será usada num exemplo de aplicação em análise de dados experimentais e de propriedade agrícola. Os exemplos, a seguir, são simples

ilustrações, Para outros exemplos, o leitor deve examinar a bibliografia em JENSEN (13) e DAY & STARLING (6).

Exemplo 1

Um dos usos potenciais da programação linear é na análise de níveis ótimos de insumos.

Considere-se um caso em que uma função de produção Cobb-Douglas foi desenvolvida. Esta função pode ser aproximada pelo seguinte procedimento: escolha um grupo de atividade, cada qual composta de um grupo de relações de uso de recurso (X_m); avalie a função a vários pontos X_m para obter produção Y_m . Tem-se, agora, uma série de insumos e seus correspondentes produtos. As magnitudes dos números não interessam neste caso, desde que se está trabalhando com uma função de retornos constantes à escala. As magnitudes relativas, porém, interessam (McCARL (20)).

Dados estes pontos, uma formulação simples é a seguinte:

$$\text{Maximizar} \quad C_o Y_o - \boxed{\times} Z_i \quad (I)$$

$$\text{sujeita a } Y_o - \sum Y_m \lambda_m \boxed{\times} 0 \quad (II)$$

$$\sum X_{im} \lambda_m - Z_i \boxed{\times} 0 \quad (III)$$

$$Z_i \boxed{\times} 0 \quad (IV)$$

e

$$Y_o, \lambda_m, Z_i \boxed{\times} 0$$

onde: C_o = retorno/unidade do produto Y; Y_o = produção total de Y somado sobre todos os processos de produção; d_i = custo do insumo i; Z_i = quantidade total do insumo i usado em todos os processos de produção; Y_m = produto de Y por unidade de processo de produção m; λ_m = número de unidades do m processo de produção empregado; X_{im} = uso do insumo i em uma unidade do processo de produção m; b_i = disponibilidade máxima do insumo i.

A equação (I) maximiza o retorno à produção menos os custos dos insumos; a equação (II) é uma equação de balanço, relacionado às vendas do produto e à oferta do produto através da produção; a equação (III) relaciona a demanda por insumos com oferta de insumos; e a equação (IV) relaciona as exigências de insumos com a máxima disponibilidade de recursos.

KALIL et alii (14) determinaram uma função de produção para dados coletados junto às propriedades agrícolas da região de Palotina-PR. A produção de soja (Y), variável dependente, foi função das seguintes variáveis independentes: terra (X_1), trabalho (X_2), fertilizantes (X_3), defensivos (X_4), sementes (X_5) e despesas com maquinaria (X_6).

A função de produção estimada foi assim descrita:

$$Y = b_0 X_1^{b_1} X_2^{b_2} X_3^{b_3} X_4^{b_4} X_5^{b_5} X_6^{b_6}$$

onde: Y = produção total de soja em sacas de 60 kg e o $\sum b_i = 1$, constantes retornos à escala.

Assuma que a terra é homogênea e existem 1.200 alq. (1 alq. = 2,42 ha) de terra disponível e 9.560 dias de trabalho disponível. O preço considerado foi de Cr\$ 75,00 por saca de 60 kg. Assuma que os fazendeiros desejam maximizar lucro. Para formular este problema, escolheram-se 15 processos para produção de soja (veja anexo 1). Cada um desses processos é agora definido como variável. Estas variáveis são

otimizadas, sujeitas às restrições de balanços na produtividade de soja, nos insumos e restrições de oferta de fatores e/ou serviços produtivos como sumariados no quadro 1. Os preços de fertilizantes, defensivos, sementes e despesas com maquinaria serão considerados fixos (Cr\$ 1,07).

QUADRO 1. Uma formulação de programação linear para uma função de produção Cobb-Douglas para a produção de soja, em Palcatina-PR, ano agrícola 1971/75

	Soja	Processo 1	Processo 2	... Processo 16	Terra	Trabalho	Fertiliz.	Defens.	Sementes	Maquin.	
Max	$75 X_1$	$+ 0 X_2$	$+ 0 X_3$	$\dots + 0 X_{16}$	$- 0 X_{17}$	$- 0 X_{18}$	$- 1,07 X_{19}$	$- 1,07 X_{20}$	$- 1,07 X_{21}$	$- 1,07 X_{22}$	
sujeitas											
Bal. produto	X_1	$- 12,955 X_2$	$- 12,409 X_3$	$\dots - 1,537 X_{16}$							≤ 0
Bal. Terra		$146 X_2 +$	$106 X_3 +$	$\dots + 15 X_{16}$	$- X_{17}$						≤ 0
Bal. Trabalho		$866 X_2 +$	$1605 X_3 +$	\dots		$- X_{18}$					≤ 0
Bal. Fertiliz		$101137 X_2 +$	$45000 X_3 +$	$\dots + 9000 X_{16}$			$- X_{19}$				≤ 0
Bal. Defensivo		$48002 X_2 +$	$28500 X_3 +$	$\dots + 16000 X_{16}$				$- X_{20}$			≤ 0
Bal. Semente		$59120 X_2 +$	$54000 X_3 +$	$\dots + 7200 X_{16}$					$- X_{21}$		≤ 0
Bal. Maquinaria		$138932 X_2 +$	$142514 X_3 +$	$\dots + 25406 X_{16}$						$- X_{22}$	≤ 0
Disponib. terra					X_{17}						≤ 1200
Disponib. trabal.						X_{18}					≤ 9560
$X_1, \dots, X_{22} \geq 0$											

Fonte: Dados da pesquisa.

A solução implica em que a terra deveria ser usada por 2 processos: processo nº 2 (395,64 alq.) e processo nº 5 (804,36 alq.). A produção total de soja estaria ao redor de 139.030 sc/60 kg com o uso de 1.200 alq. de terra, 9.560 dias de trabalho, Cr\$ 453.767,12 gastos em fertilizantes, Cr\$ 680.911,46 em defensivos, Cr\$ 639.167,03 em sementes e Cr\$ 1.649.355,63 de despesas com maquinaria.

Complementando o problema, pode-se analisar o custo marginal, se introduzir processos alternativos e os preços-sombra. Neste caso, os preços-sombra do trabalho e terra são, respectivamente, Cr\$ 63,49 por dia e Cr\$ 5.131,18 por alqueire.

A análise dos intervalos de otimização (análise de sensibilidade ou estabilidade da solução ótima encontrada) para o coeficiente do preço de soja na função-objetivo revela que, "ceteris paribus", o preço da soja poderia variar entre Cr\$ 63,87 e Cr\$ 109,70 por saca, sem provocar mudanças na base ótima; Cr\$ 63,87 é, portanto, o preço mínimo da soja para o uso desses processos.

A análise do intervalo de otimização para as restrições mostra que, "ceteris paribus", a terra variando entre 625,42 e 2.183,3 alqueires e o trabalho entre 5.240 e 18.343 dias não alteraria a proporcionalidade da solução ótima. Desde que a solução é linear, é divisível para qualquer tamanho de fazenda.

Outro tipo de resultado que se pode obter da análise da solução são as taxas de substituição entre fator-produto e fator-fator; sendo este um exemplo ilustrativo de aplicação de programação matemática, julga-se que é desnecessário detalhar sobre as mesmas na presente análise.

O ponto mais importante não é a aproximação da função de produção, mas o fato de se considerar o largo contexto de outras variáveis que podem ser consideradas, ao tomar-se a propriedade como um todo. Pode-se, por exemplo, expandir a formulação

para incluir risco e adicioná-lo em funções de resposta a fertilizantes. Restrições futuras, como trabalho sazonal, podem ser consideradas etc.

Assim, o exemplo é dado para mostrar que mesmo um problema não linear pode ser analisado como um problema de programação linear.

Exemplo 2

O que, normalmente, é esperado na análise de dados experimentais são funções não-lineares mostrando retornos decrescentes ao fator variável. Muitas pesquisas têm se dirigido para uma aproximação de problemas não-lineares, via programas lineares, como a programação separável ("separable programming").

A formulação de programações separáveis é feita usando-se uma grade de pontos para aproximações. Tomando um exemplo, um experimento de fertilizante para a cana-de-açúcar em Minas Gerais, SILVA (29) determinou a seguinte função de produção:

$$Y = 70,821289 + 0,536388P - 0,00281 p^2 + 0.06006 K - 0,0001 81 K^2$$

onde: Y = produção de cana, em ha; P = fertilizante, fósforo em kg/ha; K = fertilizante, potássio em kg/ha.

Suponha que se queira derivar os níveis de insumos para maximizar renda. Observe que a função Y é separável em um intercepto e em termos de fósforo e potássio. Programação separável pode ser aplicada a esta função (e, de fato, em face da convexidade, as restrições adjacentes podem ser ignoradas, conforme HADLEY (11)) como desenvolvimento de uma representação, passo a passo, da parte da função envolvendo cada nutriente.

A formulação deste problema é a seguinte:

$$\text{Max } P_0Y - CP - DK$$

sujeita a

$$\begin{array}{l}
 Y - \boxed{\quad} \\
 -P + \boxed{\quad} \\
 -K \quad \boxed{\quad} \\
 \boxed{\quad}
 \end{array}$$

onde: P_0 = preço do produto (Cr\$ 19,00/t); Y = produtividade do produto; C = custo do fósforo (Cr\$ 1,70/kg); P = quantidade de fósforo usado; D = custo do potássio (Cr\$ 0,65/kg); K = quantidade de potássio; $\boxed{\times}$ = quantidade de fósforo usado no passo $\boxed{\times}$; $\boxed{\times}$ = produtividade adicional, em face do efeito do fósforo (sozinho) no passo $\boxed{\times}$ da representação da porção separável do fósforo; $\boxed{\times}$ = quantidade do potássio usado no passo $\boxed{\times}$; $\boxed{\times}$ = produtividade adicional, em face do efeito do potássio (sozinho) no passo $\boxed{\times}$ da representação da porção separável do potássio; $\boxed{\times}$ = variável que revela quanto do passo $\boxed{\times}$, é adotado na representação da porção separável do fósforo; $\boxed{\times}$ = variável que revela quanto do passo $\boxed{\times}$ é adotado na representação da porção separável do potássio.

A tabela correspondente a essa formulação pode ser vista no anexo 2.

Solucionando este problema, a máxima renda obtida foi de Cr\$ 1.817,44/ha. Este valor surge quando 100 kg/ha de fósforo e 80 kg/ha de potássio são aplicados. O uso destes insumos leva a uma produtividade ótima de 107,34 t/ha. Usando cálculos marginais, SILVA (29) obteve a produtividade de 107,87 t/ha com 107,34 kg/ha de P e 72,89 kg/ha de K. Como se pode verificar, o nível de produção de ambas as metodologias é essencialmente o mesmo. O nível de uso dos insumos difere em 7 kg, aproximadamente, em ambos os nutrientes. Isto se deve ao fato de que a grade de pontos foi escolhida a intervalos de 20 kg/ha. Neste caso, a programação matemática maximizou renda líquida, selecionando os níveis de uso da mesma isoquanta do caso ótimo. Intervalos menores das grades de pontos para o uso dos insumos aproximarão mais os resultados entre as duas metodologias.

Apesar da diferença de resultados entre a análise marginal e da programação linear ser negligenciável; a programação matemática pode trazer informações adicionais sobre o custo de oportunidade do não-uso de fertilizantes. Por exemplo, os resultados mostram que não usando fósforo e potássio haveria uma perda de Cr\$ 453,72 mais Cr\$ 18,10, respectivamente (Cr\$ 471,82), na função objetivo. Estes valores diminuem com a adição destes nutrientes até o nível ótimo e começam a crescer novamente depois dos pontos de ótimo.

Podem se gerar também informações adicionais sobre os intervalos de otimização para os coeficientes da função objetivo: por exemplo, o preço do produto (cana-de-açúcar/t) pode variar entre Cr\$ 18,43 e Cr\$ 21,64/t e o nível do produto permanece ainda ótimo. Da mesma maneira, o preço do fósforo pode ter uma variação entre Cr\$ 1,49 e Cr\$ 3,07/kg e o preço do potássio pode variar entre Cr\$ 0,53 e Cr\$ 0,66/kg sem alterar a solução ótima.

Estes aspectos são muito importantes quando um serviço de extensão está construindo um "pacote tecnológico" para ser distribuído para uma dada região. Finalmente, este exemplo pode mostrar que os resultados podem ser obtidos mais simplesmente, usando a análise marginal; porém, como se analisou acima, em muitos casos é desejável um contexto maior, abordando o problema num modelo da propriedade agrícola como um todo. Neste tipo, um modelo com o esquema da aproximação acima pode ser somente uma porção do modelo total e, assim, permitir que a análise seja colocada numa perspectiva apropriada.

Estes exemplos mostram aplicações da programação matemática em funções de produções provenientes de dados experimentais e da propriedade agrícola. Poder-se-iam construir outros, mas o que se pretende mostrar é que a programação matemática pode ser um instrumento útil para as estações experimentais. Para o leitor interessado em conhecer outras aplicações, veja a discussão de RAE (27) sobre modelos estocásticos discretos, ou THROSBY (34) sobre formulações em economia que requer especificações de aspectos dinâmicos, ou, ainda, McCARL (21), que apresenta estas e outras técnicas.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

As duas seções, neste estudo, mostraram que os pesquisadores biológicos e econômicos das estações experimentais e aqueles que pretendem incrementar operações ou induzir a adoção de novas práticas nas propriedades agrícolas, através de resultados de pesquisa, têm ainda um longo caminho a perseguir.

A primeira seção discutiu problemas de caráter institucional e metodológico, que os autores acreditam que soluções urgentes devem ser encontradas, a curto prazo. A

agricultura brasileira está em constante mudança e tornando-se mais competitiva e dinâmica. Especialização em algumas regiões continuará como uma tendência, em face das grandes quantidades de investimentos exigidos por insumos especializados em cada empreendimento, e, também como resultado dos rápidos avanços tecnológicos.

Nos próximos anos, alguns problemas continuarão, em face das distorções entre os fatores de produção (a substituição de terra e trabalho por capital deverá continuar, enquanto a agricultura encontrar dificuldades na obtenção de mão-de-obra especializada, e enquanto a produção estiver se expandindo mais, relativamente à quantidade fixa de terra, em algumas regiões do sul e sudeste). Simultaneamente, as distorções entre os setores agrícola e não-agrícola continuarão a enfatizar a necessidade de reformas estruturais dentro da agricultura e a exigir um maior conhecimento, em termos de administração e educação, por parte dos proprietários agrícolas. Com o desenvolvimento tecnológico dentro da agricultura ocorrendo a uma taxa crescente, os problemas serão bem maiores e complexos, exigindo um ajustamento mais rápido entre os agricultores, assistência técnica e pesquisa.

Neste sentido, o primeiro ponto que deve ficar claro é o da filosofia fundamental. A suspeita, por parte de produtores, com respeito às pesquisas, com assertivas tais como "parece bom no papel, mas não funciona na prática"; a existência de recomendações conflitantes entre os especialistas da área biológica e econômica; a falta de confiança de muitos agricultores são pontos que devem ser superados por aqueles que conduzem pesquisas a nível experimental e da propriedade agrícola.

Talvez, o problema de comunicação inerente ao parágrafo acima pudesse ser reduzido, se não eliminado, pelo estabelecimento de reuniões conjuntas entre pesquisadores e agentes extensionistas. É conhecida a existência de algumas barreiras tradicionais e institucionais que precisam ser vencidas. Sugere-se que um contato cotidiano ou sistemático de pesquisadores biológicos e econômicos das estações com agentes extensionistas e produtores rurais servirá como um dos caminhos pelo qual os pesquisadores podem selecionar projetos que auxiliarão a agricultura no futuro. Certamente, alguma redução no intervalo de tempo entre os resultados da pesquisa e quem a porá em prática poderá ser alcançado, via esses contatos e comunicações.

A segunda seção discute a programação matemática como um instrumento útil, que poderia auxiliar os pesquisadores das áreas biológica e econômica na formulação e solução de modelos que se utilizam de dados provenientes da propriedade agrícola e estações experimentais.

A moderna teoria da programação matemática e sua aplicação tem se expandido a uma crescente variedade de problemas aplicados. A programação tem procurado solucionar o básico problema da propriedade agrícola, qual seja o de fazer a melhor escolha entre as escolhas alternativas.

A convergência entre a programação matemática e a curva da função neoclássica de produção foi também coberta. Neste sentido, DAY (5) diz que "a dualidade lógica dos pontos de vista de ambos nos alerta para tomar cuidado em como interpretamos o termo aproximação. Se olharmos a programação linear como uma aproximação do modelo neoclássico de otimização, ou vice-versa, é um problema de lógica ou relevância, conveniência ou interpretação numa dada aplicação. Ambos, podem ser usados como uma aproximação para algum problema real de otimização e um pode ser preferido ao outro, dependendo da natureza do problema em estudo. Alguns economistas ainda acreditam que a economia neoclássica é economia, enquanto que outras formas de teoria de otimização são métodos de pesquisa operacional, de

nenhum interesse econômico e útil somente para formulações computacionais". Demonstrou-se que isto não é real. A estrutura neoclássica não é mais ou menos interessante ou relevante que a programação matemática e a formulação geral da teoria moderna de otimização pode compreender ambas.

A programação matemática tem sido muito aplicada em dados de estações experimentais e de propriedades agrícolas. Tanto no aspecto da teoria econômica como aplicada, uma questão de extremo interesse é conhecer como as soluções ótimas mudam em resposta a mudanças de situação do mercado e da tomada de decisão, e, neste sentido, as análises de preço-sombra e programação paramétrica são instrumentos úteis que a programação matemática fornece à análise de políticas agrícolas. Nos Estados Unidos, com o advento da programação linear, equipes da USDA, junto com técnicos de estações experimentais dos estados, têm utilizado esta técnica. Os efeitos de preços de suporte, controle de renda e variações tecnológicas, comercialização e situações de preço têm sido investigados usando as técnicas de programação linear e paramétrica. DAY & STARLING (6) e JENSEN (13) dão uma revisão dessa literatura.

Os exemplos acima são bastante simples. Modelos mais realísticos e sofisticados podem ser desenvolvidos posteriormente, quando, nos próximos anos, as estações experimentais, no Brasil, irão prover pesquisas agroeconômicas conjuntas, para determinar os efeitos de grupos alternativos de áreas de solos e topografia diferentes, de sistema de rotação, fertilidade, climas e defesas sanitárias diversas, para diferentes culturas e criações, considerando o comportamento dos produtos.

Provavelmente, agora, a fragilidade da aplicação dos modelos prende-se às incertezas, envolvendo conhecimentos básicos das relações das funções de produção. Conseqüentemente, a técnica de programação estocástica poderá ser muito valiosa nos próximos anos.

Um problema presente é a falta de conhecimento da programação matemática por parte de muitos pesquisadores das áreas biológica e econômica das estações experimentais. Uma solução seria um treinamento formal nos próprios centros nacionais, aproveitando os períodos sazonais (entressafra) das pesquisas em desenvolvimento, compreendendo aquele período entre a coleta da informação de experimentos terminados e a fase em que os novos experimentos ainda não foram instalados.

Para reduzir a "distância" entre a pesquisa e a sua aplicação na propriedade agrícola, é conveniente lembrar o que LLOYD (18) diz sobre os grupos de pessoas que geralmente expressam uma certa insatisfação com o tipo e a quantidade de pesquisa agrícola: a) agentes de assistência técnica e extensão rural (que, muitas vezes, têm encontrado certas dificuldades em usar ou interpretar resultados experimentais e recomendações para produtores rurais); e b) agências de fundos e suportes financeiros (que estão sempre preocupadas com recursos de pesquisa, que são usados em áreas onde os retornos por unidade monetária empregada na pesquisa sejam os maiores possíveis).

Com respeito ao primeiro grupo, modelos precisam ser construídos para estudar as reações dos agricultores com respeito à introdução de tecnologias e explorar reações posteriores com respeito às condições ambientais e de mercado, onde risco e incerteza são considerados. Acrescentando, como diz LEUCK (17), referindo-se ao processo de tomada de decisão nas pequenas unidades familiares, "que os modelos de maximização de lucros são insuficientes e inadequados para explicá-lo. Os objetivos aí são múltiplos e formam um sistema interativo bem mais complexo que a simples maximização de lucros. Eles procuram maximizar as utilidades (valores de uso), isto é, os bens de consumo e até mesmo o lazer".

Por outro lado, uma das condições básicas para que um produtor adote uma inovação é conhecê-la. A questão é até que ponto os agricultores estão sendo suficientemente capacitados, conceitual e instrumentalmente, para aceitarem os novos comportamentos que lhes estão sendo propostos. Dificilmente, um agricultor irá adotar uma inovação que não venha ao encontro de uma necessidade sentida.

Outro ponto importante a ser considerado, ao se usar a programação matemática com dados experimentais, é saber se os produtores serão devidamente acompanhados e assistidos em suas propriedades, depois de terem sido inicialmente motivados e instruídos, pois isto estaria implicando numa tomada de decisão do agricultor, levado pelos agentes de extensão, em adotar uma nova maneira de tomar decisões quanto à adoção de novos comportamentos produtivos e mesmo administrativos. O cuidado que se deve tomar na aplicação de metodologias é não se deixar "vencer pelo deslumbramento" de algo novo e sofisticado, pois, apesar dos esforços dispendidos para a difusão e recomendação agroeconômica no Brasil, somos obrigados a admitir que há evidências de que os produtores rurais e agentes de extensão não têm sido capazes de perceber nessas práticas as mesmas vantagens que os pesquisadores percebem. Como sugestões de aplicações desenvolvidas nesta área, com tamanhos diferentes de propriedades agrícolas, em países menos desenvolvidos, ver os estudos de RANDHAWA & HEADY (28), McCARL (19), GOODWIN et alii (10) e BRANDÃO (2).

Com respeito às agências de fundos e suportes financeiros, sabe-se que muitos projetos de pesquisa na agricultura contêm objetivos econômicos. Parece óbvio que, se contêm tais objetivos, é evidente que estarão sujeitos a uma avaliação econômica. Neste caso, a fronteira de possibilidades de inovação utilizada por KLEIN & KEHRBERG (15) parece bastante útil. Em adição, se o sistema em que a pesquisa proposta está corretamente simulado, vários tipos de análise de sensibilidade podem ser utilizados.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ARAUJO, J.E.G. **Una opcion humanista en el desarrollo rural de America.** Montevideo, Instituto Interamericano de Ciências Agrícolas - IICA, p. 192-5, 1974. (Série Desarrollo Institucional, 1).
2. BRANDÃO, E. **Evaluation of new technologies for small farmers in Northeast Brazil.** USA, Purdue University, 1979 (Tese de mestrado).
3. BRINK, L. Why emphasis on linear programming. In: **Linear programming and economics.** USA, Dept° de Economia Agrícola da Universidade de Purdue, p. 3-5, 1975. (Estudo não publicado).
4. CHARNES. A.& COOPER, W.W. Goal programming and multiple objective optimization. **European Journal of Operation Research**, n. 1, p. 39-54, 1977.
5. DAY, R. H. On economic optimization: a nontechnical survey. In: **A survey of agricultural literature.** Minneapolis, University of Minnesota Press, v. 2, p. 57-92, 1977.

6. DAY, R.H. & STARLING, E. Optimization models in agricultural and resource economics. In: **A survey of agriculture literature**. Minneapolis, University of Minnesota Press, v. 2, p. 92-127, 1977.
7. DAVIDSON, B.R. et alii. **La aplicacion de la investigacion agrária**. Madrid, Instituto Nacional de Investigaciones Agrarias, p. 315-24, 1973.
8. DOLL, J.P. et alii. **Economics of agricultural production, market and policy**. Illinois, Richard D, Irwin, 1968. 557 p.
9. DORFMAN, R. Mathematical or linear programming: a nonmathematical exposition. **American Economic Review**, (43): 797-815, 1953.
10. GOODWIN, J.B.; SANDERS, J.H., HOLLANDA, A.D. **Modeling risk and technology adoption in the Semi-Arid Northeast of Brazil**. USA, Purdue University, 1979 (Estudo aguardando publicação).
11. HADLEY, G. **Linear programming**. Addison Wesley, Reading Mass., 1963.
12. HAZELL, P. B. R. A linear alternative to quadratic and semi-variance programming for farm planning under uncertainty. **American Journal of Agricultural Economics**, (53): 53-62, 1971.
13. JENSEN, H. R. Farm management and production economics, 1946-70. In: **A survey of agricultural economics literature**. Minneapolis, University of Minnesota Press, 1977.
14. KALIL, M.N.; NORONHA, J.F.; GRAÇA, L.R. A Regressão da Cumeieira (Ridge Regression) e suas aplicações: o caso de soja no Paraná. Fortaleza, Ceará, **XVI Congresso da SOBER**. 1978.
15. KLEIN, K. & KEHRBERG, E.W. **Development of an innovation possibility frontier for purposes of research planning and evolution**. USA, Dept^o de Economia Agrícola, Purdue University, 1976. 13p.
16. KUTCHER, G.P. & SCANDIZZO, P.L. A partial analysis of share-tenancy relationship in Northeast, Brazil. **Journal of Development Economics**, (3): 343-54, 1976.
17. LEUCK, D.J. **An econometric model of firm house hold decision making for low income Brazilian farm families**. Purdue University. (Tese de mestrado).
18. LLOYD, A. G. Agricultural experiments and their economics significance. **Review of Marketing and Agricultural Economics**, (26): 185-209, 1958.
19. McCARL, B. A. **A farm level linear programming analysis of dry-land and wet-land food crop production in Indonesia**. World Bank Study, 1978. 92 p.
20. _____. **Application of quantitative analysis: mathematical programming**. USA, Purdue University, 1978. 71p.

21. _____. **Linear transformation in mathematical programming: commented version.** USA, Dept° de Economia Agrícola, Purdue University, 1977.
22. McCARL, B.A. et alii. Experiences with farmer oriented linear programming for crop planning. **Indian Journal of Agricultural Economics**, 25(1):17-30, 1977.
23. NAYLOR, T. H. The theory of the farm: a comparison of marginal analysis and linear programming. **The Southern Economic Journal**, (32): 263-74, 1966.
24. NEVES, E.M. **Economicidade de uso de insumos modernos: análise econômica de resultados de experimentos com fertilizantes**, Piracicaba, Dept° de Ciências Sociais Aplicadas, 1977. 48p. (Série Pesquisa, 36).
25. PAIVA, R.M. et alii. **Setor agrícola do Brasil: comportamento, problemas e possibilidades.** S. Paulo, Secretaria da Agricultura, 1973. 456 p.
26. PINHEIRO, F.A. **Análise econômica em experimentação agrícola.** Botucatu. Faculdade de Ciências Médicas e Biológicas de Botucatu. Parte II, p. 65-8, 1976.
27. ERA, A.N. Stochastic programming, utility and sequential decision problems in farm management. **American Journal of Agricultural Economics**, 53(3):448-60, 1971.
28. PARDHAWA, N.S. & HEADY, E.O. Decision making under uncertainty with special reference to agriculture in India. **Indian Journal of Agricultural Economics**, (28):9-22, 1963.
29. SILVA, M.F. **Análise econômica de experimentos de adubação em cana-de-açúcar nos municípios de Passos e Três Pontas, MG.** Viçosa, Universidade Federal de Viçosa, 1972. (Tese de mostrado).
30. SCHUH, G.E. & TOLLINI, H. **Análise econômica de ensaios de adubação.** Brasília, Ministério da Agricultura, EAPA/SUPLAN, 1972. 45p.
31. TEIXEIRA, T.D. Superfície quadrática e suas aplicações na análise econômica de experimentos. Viçosa, Universidade Federal de Viçosa. 1970. 144 p. (Tese de mestrado).
32. TEIXEIRA FILHO, A.R. Análise e avaliação das pesquisas de administração rural e economia da produção no Brasil. Brasília, **Anais da X Reunião da SOBER - Sociedade Brasileira de Economia Rural**, p. 13-36, 1971.
33. _____. Análise econômica de dados experimentais. Porto Alegre, **XII Reunião de SOBER - Sociedade Brasileira de Economia Rural**, 1974. 73 p.
34. THROSBY, C.D. Stationary state solutions in multiperiod linear programming problems. **The Australian Journal of Agricultural Economics**, (11):192-98, 1967.

35. WICKS, J.A. & GUISE, J.W.B. An alternative solution to linear programming problems in the stochastic input-output coefficients. **The Australian Journal of Agricultural Economic**, ano 7, v. 22, n. 1, 1978.
36. YANG, W.Y. Metodologia de las investigaciones sobre administracion rural. Roma, FAO, p. 1, 1965.

ANEXO 1

(continua)

Pro- cesso	Área (2,42 ha) X_1	Trabalho (Hom/ dia) X_2	Fertiliz. (Cr\$) X_3	Defens. (Cr\$) X_4	Semente (Cr\$) X_5	Maquin. (Cr\$) X_6	Produto Y
1	145	996	101137	48002	59120	139932	13055
2	105	1805	45000	29500	54000	142514	12409
3	173	1588	52000	31960	100850	208279	18580
4	200	2291	154770	61250	97464	289556	23308
5	80	282	21200	42500	32500	82975	6893
6	70	574	30000	42350	38000	45783	7186
7	100	384	88440	21480	50640	151243	9960
8	68	477	91000	19128	54400	107730	9107
9	118	318	75980	41458	69600	178546	12355
10	22	242	31656	1902	10530	34158	2180
11	33	103	21800	4200	18600	18864	2436
12	7	43	12513	5620	9575	20558	1801
13	42	434	39600	11807	20160	80225	4932
14	15	77	7600	4194	7900	14468	1425
15	15	166	9000	1800	7200	25408	1537
	1197	9580					

Equação usada:

$$Y = 1,77347 X_1^{0,3023} X_2^{0,1176} X_3^{0,0480} X_4^{0,1157} X_5^{0,2630} X_6^{0,2082}$$

 $\Sigma b_i = 1,00$: obtido por KALIL et alii (14)

Sumário dos resultados

Variável básica	Nível da atividade	Var. de folga/ restrição	Custo de oportunidade
X_1	138030,806	1	75,00
X_3	3,767	2	5131,18
X_6	13,406	3	63,50
X_{17}	1200,000	4	1,07
X_{18}	9560,00	5	1,07
X_{19}	453767,117	6	1,07
X_{20}	680911,469	7	1,07
X_{21}	638167,03	8	5131,18
X_{22}	1649365,63	9	63,49

ANEXO 1

[conclusão]

Variável não-básica	Custo de oportunidade (preço-sombra)
X2	126090,973
X4	17027,287
X5	68867,675
X7	21603,549
X8	120899,788
X9	74730,669
X10	79959,875
X11	39588,437
X12	56957,336
X13	16503,876
X14	35585,682
X15	11428,514
X16	18468,134

Intervalo ótimo para os coeficientes na função objetivo

Variável	Mínimo	Original	Máximo
X21	0,497	1,07	7,961
X19	0,143	1,07	2,255
X20	0,163	1,07	1,363
X1	63,872	75,00	1109,700
X22	0,710	1,07	1,498

Intervalo ótimo para os recursos restritivos

Variável	Mínimo	Original	Máximo
X8	625,42	1200	2189,30
X9	5240,00	9560	18343,10

ANEXO 2

Equação de fertilizante obtida por SILVA (29):

$$Y = 70,821289 + 0,53638 P - 0,002081 P^2 + 0,0606 K - 0,000181 K^2$$

$$f_1 = 0,53638 P - 0,00208 P^2$$

$$f_2 = 0,0606 K - 0,000181 K^2$$

Nível do nutriente

Níveis de P ou Z1Q1	f1 (P) ou f1 (Z1Q1)	Níveis de K ou Z2Q2	f2 (K) ou f2 (Z2Q2)
0	0	0	0
20	9,8952	20	1,1396
40	18,1256	40	2,1344
60	24,6912	60	2,9844
80	29,5920	80	3,6896
100	32,8280	100	4,2500
120	34,3992	120	4,6656
140	34,3056	140	4,9364

O problema torna-se:

$$\text{Max } 19Y_1 - 1,70 P - 0,65 K \text{ (renda líquida)}$$

sujeito a

$$Y_1 - 9,8952 \lambda_{11} - 18,1256 \lambda_{12} - \dots - 4,6656 \lambda_{27} - 4,9364 \lambda_{28} \leq 70,82129$$

$$- P + 20 \lambda_{11} + \dots + 140 \lambda_{17} \leq 0$$

$$- K + 20 \lambda_{21} + \dots + 140 \lambda_{28} \leq 0$$

$$\lambda_{11} + \dots + \lambda_{18} \leq 1$$

$$\lambda_{21} + \dots + \lambda_{28} \leq 1$$

$$\text{e } \lambda_{11} \dots \lambda_{28} \geq 0$$

onde:

Y_1 = nível de produto;

P = quantidade de P usado;

K = quantidade de K usado;

λ_{11} até λ_{18} = grade de pontos para P;

λ_{21} até λ_{28} = grade de pontos para K.

Sumário dos resultados (Base)

Variável básica	Nível da atividade	Variável básica	Nível da atividade
Y	107,33888		
P	100,00	λ_{16}	1,00
K	80,00	λ_{25}	1,00

Variável não-básica	Costo de oportunidade
λ_{11}	453,732
λ_{12}	298,723
λ_{13}	177,345
λ_{14}	86,599
λ_{15}	27,484
λ_{17}	4,147
λ_{18}	39,825
λ_{21}	18,102
λ_{22}	9,450
λ_{23}	3,548
λ_{24}	0,398
λ_{26}	2,352
λ_{27}	7,456
λ_{28}	16,310

Valor máximo da função objetivo = Cr\$ 1817,438.

As variáveis de folga para as linhas 1, 2 e 3 têm os preços do produto (Cr\$ 19,00) e dos nutrientes (Cr\$ 1,70 para o fósforo e Cr\$ 0,65 para o potássio), como preços-sombra. Os preços-sombra para as linhas 4 e 5 têm os valores de Cr\$ 453,73 e Cr\$ 18,10, respectivamente.

Intervalo ótimo para os coeficientes na função objetivo

Variável	Mínimo	Original	Máximo
Y	18,434	19,00	21,64
P	1,4926	1,70	3,074
K	0,532	0,65	0,669