

## **A ESPECIFICAÇÃO DE MODELOS PARA ANÁLISE ECONÔMICA DO USO DE FERTILIZANTES: UM CASO ENCERRADO?!**

---

Edgar Augusto Lanzer

Quirino Paris(\*)

### **SINOPSE**

O objetivo deste trabalho é contrastar o ponto de vista dos agrônomos com o dos economistas rurais quanto à especificação de modelos de análise para o estudo das relações entre o rendimento dos cereais e a aplicação de fertilizantes. Os pontos de discórdia expostos pela discussão abrangem: (a) rendimento máximo em forma de ponto único vs. rendimento máximo em forma de teto; (b) isoquantas neoclássicas vs. impossibilidade de substituição entre nutrientes; e (c) generalização via incorporação de variáveis locais vs. generalização via conceito de produtividade relativa. As diferenças de opinião conduzem a modelos de análise alternativos, e, possivelmente, podem explicar a existência de dificuldades práticas na promoção de pesquisas integradas.

### **SUMMARY**

The purpose of this paper is to sharpen the differences of opinion between agronomists and agricultural economists with regard to model specification in yield response analysis. Issues covered by the discussion are as follows: (a) point maximum response functions vs. plateau maximum response function, (b) neoclassical isoquants vs. impossibility of substitution among plant nutrients and (c) generalizations via the explicit incorporation of locational variables vs. generalizations via the concept of relative yields. The differences in opinion lead to alternative models and, possibly, help to explain practical difficulties that arise for achieving truly cooperative efforts in bioeconomic research.

---

(\*) Respectivamente: Professor-Assistente do Centro de Estudos e Pesquisas da Universidade Federal do Rio Grande do Sul e Professor Associado do Departamento de Economia Agrícola da Universidade da Califórnia (Davis).

## **A ESPECIFICAÇÃO DE MODELOS PARA ANÁLISE ECONÔMICA DO USO DE FERTILIZANTES: UM CASO ENCERRADO?!**

---

Edgar Augusto Lanzer  
Quirino Paris

### **1. INTRODUÇÃO**

A especificação de modelos formais para a análise de relações entre a produtividade dos cultivos e a aplicação de fertilizantes iniciou-se com os trabalhos de Mitscherlich (1909), Spillmann (1923) e Balmukand (1928). Foi apenas na década de 50, no entanto, que o assunto passou a receber um tratamento mais sistemático. Naquele período, diversas contribuições importantes nasceram de simpósios, envolvendo o trabalho conjunto de economistas rurais, agrônomos e estatísticos (3,4). Para os economistas rurais, o livro de HEADY e DILLON (16) ainda permanece como a obra de referência principal, no que tange à preconização de métodos para a análise econômica do emprego de fertilizantes. O presente trabalho pretende demonstrar que a metodologia convencionalmente adotada pelos economistas rurais, baseada em regressão linear com polinômios côncavos, admite erros de especificação bastante sérios sob o ponto de vista das ciências de solo. O fato destes erros persistirem já por quase três décadas, sem receber uma barragem crítica de volume significativo, deve ser atribuído ao descaso com que a maioria dos cientistas agrícolas tem tratado os modelos matemáticos em geral. Assim, em vez de contrapor conceitos formais ao que se lhes apresentam como proposições matemáticas inaceitáveis, os agrônomos têm preferido, por um lado, abster-se da discussão e, por outro, simplesmente manter inalterada sua própria metodologia de análise. Os aspectos formais desta última, embutidos em conceitos como os de "rendimento relativo", "calibração de análise", "nível não-limitante", "essencialidade" e outros, são um tanto obscuros para o não-iniciado. Todavia, "os conceitos são fundamentais em todos os campos da ciência e sua compreensão é vital, pois, a partir deles, decisões e conclusões são realizadas. As relações econômicas dependem das relações biológicas encontradas em ciências tais como a agronomia e, portanto, é necessário que os economistas rurais cujo trabalho se relaciona a estas disciplinas compreendam estas relações tal como foram concebidas pelos cientistas agrícolas" (REDMAN e ALLEN (25), p. 453). Infelizmente, parece que muitos economistas não se detiveram o suficiente para tentar compreender tais conceitos. Em vez disto, tem-se a impressão de que os modelos preferidos foram especificados a partir de critérios essencialmente estatísticos. Estes critérios, por sua vez, "são substitutos muito imperfeitos para a modelagem rigorosamente baseada nas fundações do campo de aplicação" (WALLACE (30), p. 443). Assim, não é surpreendente que os modelos convencionais de análise econômica de experimentos se encontrem em conflito com princípios básicos das ciências de solo. Esta assertiva, a ser justificada no decorrer

do presente trabalho, explica a resistência por vezes encontrada pelos economistas para o desenvolvimento de pesquisas integradas em estações experimentais.

## 2. FORMA DA CURVA DE RESPOSTA DOS CULTIVOS

Entre as primeiras proposições algébricas para a representação de curvas de resposta dos cultivos à aplicação de fertilizantes encontram-se os trabalhos de Mitscherlich (1909) e de Spillmann (1923). Ambos os cientistas, ainda que pesquisando independentemente, chegaram à mesma conclusão:

$$y = A (1 - e^{-c(x+b)}) \quad (I)$$

onde  $y$  significa produtividade do cultivo e  $x$  é a quantidade do nutriente variável adicionado pela adubação. As letras  $A$ ,  $b$  e  $c$  são parâmetros do modelo:  $A$  representa um máximo assintótico,  $b$  está associado com a quantidade de nutriente existente no solo antes da adubação e  $c$  é o coeficiente de resposta propriamente dito. Para a validação do modelo, tanto Mitscherlich quanto Spillmann estabeleceram que a disponibilidade dos demais fatores de crescimento deveria estar em níveis "não-limitantes"<sup>1/</sup>.

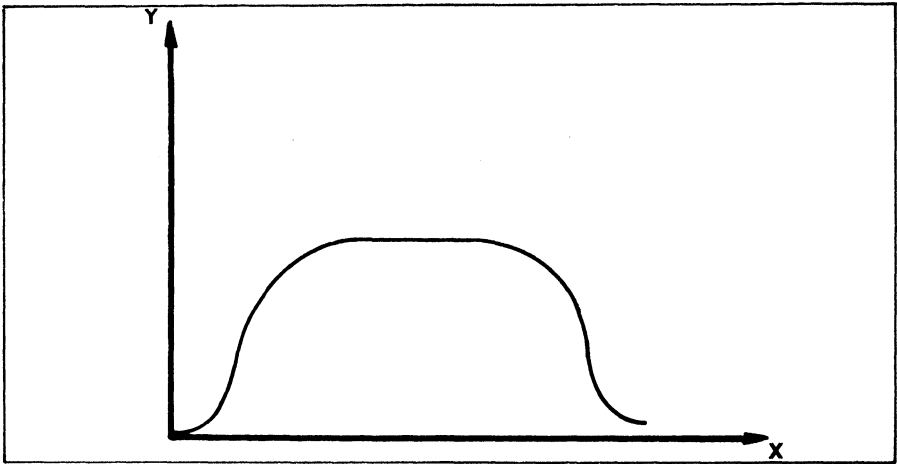
O trabalho de Mitscherlich, em particular, gerou considerável controvérsia entre os cientistas agrícolas. Contudo, a raiz desta controvérsia não está na proposição algébrica expressa em (I) *per se*, mas, sim, na teoria mantida por Mitscherlich de que o parâmetro  $c$  seria invariante em relação à espécie de cultivo, ao tipo de solo e às condições climáticas em geral<sup>2/</sup>. Na verdade, a equação proposta por Mitscherlich e Spillmann é, de longe, a mais empregada em pesquisas produzidas pelos agrônomos (ver, p. ex., CROWTHER e YATES (11), BRAY (8), ROUSE (26).

É interessante notar que a equação (I) não admite nem uma fase inicial de retornos crescentes nem uma fase final de depressão na produtividade causada pelo excesso de fertilizantes. Entretanto, estas limitações são consideradas de pouca importância pelos cientistas agrícolas: seus resultados experimentais têm, freqüentemente, indicado que (a) a fase de retornos crescentes é relativamente curta e (b) a depressão de produtividade só acontece quando os fertilizantes são usados em doses muito além do mínimo requerido para atingir o "teto de rendimentos" (figura 1). A extensão deste "teto" é considerada particularmente relevante para macronutrientes, como Nitrogênio (N), Fósforo (P) e Potássio (K) (ver, p. ex., COREY e SCHULTE (10), p. 31).

A noção de que a curva de resposta tende a ser quase-côncava em vez de estritamente-côncava parece ser bem estabelecida entre os cientistas agrícolas. Outras formas algébricas propostas por agrônomos retiveram o conceito de "teto de

---

1/ As relações entre produtividade e dois ou mais nutrientes variáveis serão discutidas no item 3.  
2/ As relações generalizadas entre produtividade e fatores de crescimento serão discutidas no item 4.



**FIGURA 1. Relação geral entre a disponibilidade de um nutriente e a quantidade de crescimento da planta (cfe. RUSSEL (27), p. 49)**

rendimento" introduzido pela equação de Mitscherlich e Spillmann. Exemplos neste sentido são a fórmula de Maskell, proposta por BALMUKAND (1), e a equação de Liebig, proposta por CATE e NELSON (9):

$$y^{-1} = A^{-1} + c(b + x)^{-1} \quad (II)$$

$$y = \text{Min} \{A; c(b+x)\} \quad (III)$$

No entanto, para diversos economistas os "modelos agrônômicos" pecam exatamente por não permitirem uma fase de depressão na produtividade. HEADY e DILLON (16), por exemplo, declaram que "em muitas circunstâncias, exceto para o caso do potássio ou outra variável sob determinadas condições de solo ou de clima, uma função que permita produtividade marginal negativa é necessária ao exame da aplicação de fertilizantes" (HEADY e DILLON (16), p. 80). A esta posição se contrapõe a evidência de revisão bibliográfica anterior. Mais ainda, uma vez que a análise microeconômica convencional requer apenas produto marginal decrescente, a imposição de formas com a possibilidade de produto marginal negativo parece ser excessiva para fins de pesquisa aplicada. De qualquer modo, os modelos polinomiais propostos pelos economistas agrícolas na década de 50 não introduziram apenas a possibilidade de produtos marginais negativos. Mais importante é o fato de que tais modelos introduziram o conceito de "ponto de rendimento máximo" em oposição ao conceito de "teto de rendimentos", de há muito já verificado e incorporado aos princípios de ciências de solos!

É, até certo ponto, curioso como um conceito tão básico possa ter passado despercebido por tantos economistas rurais. MASON (22), por exemplo, utilizou os dados do quadro 1, para demonstrar a superioridade dos modelos polinomiais em análises de experimentos de adubação.

**QUADRO 1. Rendimentos observados e previstos por três funções para a produtividade do milho**

Níveis de Nitrogênio (1b/A)	Rendimentos observados (bu/A)	Rend. prev. polinomial (bu/A)	Rend. prev. Mitscherlich (bu/A)	Rend. prev. Cobb-Douglas (bu/A)
0	125.8	124.2	126.5	124.2
40	140.2	145.6	145.7	152.3
80	166.8	160.1	156.9	158.1
120	164.3	167.3	163.3	161.6
160	168.5	167.8	167.1	164.1
200	161.8	161.6	169.2	166.2
SQR	—	87.9	186.5	270.7

Fonte: MASON (22), p. 81.

Os dados do quadro 1 mostram claramente que as produtividades observadas são muito estáveis no intervalo de 80 – 160 lb de nitrogênio por acre. Caracteriza-se, portanto, a existência de um extenso “teto de rendimentos”. Na verdade, um simples ajustamento gráfico da equação de Liebig aos dados é capaz de produzir uma soma de quadrados de resíduos de apenas 48.72 (contrastando com uma SQR=87.90 para o ajustamento polinomial)<sup>3/</sup>. Portanto, os dados apresentados por Mason tendem a confirmar a forma geral da curva de resposta preconizada por Russel (fig. 1). Entretanto, a equação de Mitscherlich apresentou um ajustamento inferior ao modelo polinomial, que, por sua vez, tem um desempenho inferior à equação de Liebig. Este fato está a indicar a dificuldade de estabelecer a superioridade de qualquer forma algébrica de uma maneira apriorística. De qualquer modo, deve ficar salientado que o uso de polinômios como representação de respostas que apresentam um “teto de rendimentos” relativamente extenso tende a viesar, para cima, as estimativas de ótimo econômico (Anderson e Nelson, citados em RYAN (28), p. 54). Neste ponto, cabe perguntar se o custo dos erros em que incorre pela inadequação dos modelos polinomiais é grande. PERRIN (24), tendo ajustado uma equação quadrática e uma equação de Liebig a um conjunto de dados, utilizou, a seguir, os ajustamentos para projetar recomendações para um conjunto de dados independente. Concluiu que, embora a equação de Liebig produzisse, em média, melhores resultados, a diferença para a quadrática não era estatisticamente significativa.

Todavia, a questão da existência de um “teto de rendimentos” em oposição a um “ponto de rendimento máximo” não se resume a uma simples escolha de formas funcionais. Em primeiro lugar, a questão envolve princípios de ciências de

3/ A equação de Liebig, ajustada aos dados do quadro 1 foi:

$$y = \text{Min} \{ 166,53; 123,77 + 0,512N \}$$

solos. Estes princípios deveriam ser preservados até prova cabal em contrário. Este procedimento, no mínimo, facilitaria a troca de idéias entre economistas rurais e agrônomos. Em segundo lugar, a existência de um "teto de rendimentos" tem importantes implicações práticas para a estimação de funções de resposta e para a generalização de resultados experimentais. Estes pontos serão discutidos nos itens seguintes deste trabalho. Por fim, é mister reconhecer que o problema de escolha de formas funcionais jamais terá uma solução exata. Uma vez que isto esteja admitido formalmente, abrem-se as portas da teoria de aproximações. Neste sentido, as técnicas de regressão com funções segmentadas ("splines") apresentam-se altamente promissoras, ainda que seu uso seja ainda incipiente por parte dos economistas em geral (ver, entretanto, FULLER (13)).

### 3. FORMA DAS ISOQUANTAS DAS SUPERFÍCIES DE RESPOSTA

Poucas pessoas influenciaram tanto o desenvolvimento das ciências agrícolas como o químico alemão Justus Von Liebig. Ele demonstrou que o crescimento das plantas dependia da absorção de elementos como fósforo e potássio, descartando definitivamente teorias vagas a respeito de matérias, tais como "fogo", "terra" e "éter". Mais ainda, as teorias de Liebig levaram-nos a preconizar a uso de adubos químicos e de análises de solos como modos de exercer controle sobre a produtividade agrícola. Em suma, Liebig estabeleceu as fundações da moderna teoria da ciência de solos.

A teoria de Liebig sobre as relações entre a produtividade dos cultivos e a disponibilidade de nutrientes é conhecida como a "Lei do Mínimo". Esta "Lei" estabelece que a produtividade de um cultivo é limitada pela disponibilidade do nutriente mais escasso, crescendo proporcionalmente como o aumento na disponibilidade deste último até que a disponibilidade de um outro nutriente se torne limitante. Mais ainda, variações na disponibilidade de outros nutrientes, que não o mais limitante (ou "em mínimo"), não afetariam as produtividades observadas. É importante notar que a Lei do Mínimo introduziu dois princípios distintos de uma só vez. O primeiro princípio, de proporcionalidade, subentende linearidade da resposta do cultivo a adições de nutrientes. Este princípio foi criticado por Mitscherlich e outros, embora seja ainda defendido por algumas reconhecidas autoridades em ciências de solos (ver, p. ex., CATE e NELSON (9)). O segundo princípio introduzido pela Lei do Mínimo foi o de forte complementariedade entre os nutrientes das plantas. A noção de que nutrientes distintos exercem funções distintas nos processos fisiológicos vegetais, e que, portanto, não se podem substituir entre si, tem recebido um sólido apoio por parte da maioria dos agrônomos desde os tempos de Liebig. Modernamente, a teoria de Liebig está na raiz do conceito de "elementos essenciais" estabelecido por Arnon. O conceito de essencialidade é básico nas ciências de solo, encontrando-se na maioria dos livros-texto da área pertinente (ver, p. ex., EPSTEIN (12), p. 55-56 e BRADY (5), cap. II). O princípio de essencialidade mantém que nenhum nutriente, ou elemento, é essencial, a menos que sua deficiência seja **específica**, isto é, a menos que sua deficiência não possa ser sanada pela adição de outros nutrientes ao solo. Ou, nas

palavras de outros agrônomos, "a impossibilidade de substituição é um pré-requisito para a essencialidade de um dado elemento" (MALAVOLTA et al. (21), p. 13). Exemplos clássicos de nutrientes essenciais, isto é, que não se substituem, são nitrogênio, fósforo e potássio.

As proposições sugeridas por agrônomos para representar relações entre a produtividade dos cultivos e dois ou mais nutrientes variáveis são muito poucas. Aparentemente, todo trabalho significativo, neste sentido, concentra-se nas proposições de Baule (1918) e de Balmukand (1928). Baule generalizou a equação de Mitscherlich da seguinte maneira:

$$y = A (1 - e^{-c_1(x_1+b_1)}) (1 - e^{-c_2(x_2+b_2)}) \quad (IV)$$

onde  $y$  representa a produtividade do cultivo e  $x_j$  é a quantidade do  $j$ -ésimo elemento variável adicionado pela adubação. Novamente o parâmetro  $A$  é um máximo assintótico, enquanto que  $b_j$  associa-se à quantidade do nutriente  $j$  existente no solo pré-adubação e  $c_j$  é o  $j$ -ésimo coeficiente de resposta propriamente dito.

Balmukand, por sua vez, advogava o uso da fórmula de Maskell:

$$y^{-1} = A^{-1} + c_1 (x_1 + b_1)^{-1} + c_2 (x_2 + b_2)^{-1} \quad (V)$$

As equações (IV) e (V)<sup>4/</sup> representam nítidas tentativas de traduzir o conceito de essencialidade em uma forma algébrica. Neste sentido, a proposição de Balmukand é particularmente sugestiva. De fato, a equação (V) é uma fórmula de engenharia elétrica utilizada para representar o efeito de resistências ( $x_j$ ) sobre a intensidade de uma corrente ( $y$ ). Por analogia a uma rede elétrica, a fórmula de Maskell diz que a produtividade dos cultivos tem um máximo teórico ( $A$ ) que não pode ser atingido, em geral devido à existência de um conjunto de resistências externas (isto é, deficiência nas disponibilidades de nutrientes). Mais ainda, estas resistências atuam independentemente e podem, individualmente, impor um limite superior aos valores atingidos pela variável dependente. A semelhança desta proposição com a Lei do Mínimo é clara. E mais ainda, é importante notar que, tanto na equação (IV) quanto na equação (V), observa-se que  $y \rightarrow 0$  na medida em que  $(x_j + b_j) \rightarrow 0$  (para qualquer  $i$ ). Neste sentido, todos os nutrientes são "essenciais" para o crescimento das plantas.

Entretanto, nem a equação de Baule nem a equação de Balmukand satisfazem estritamente o conceito de essencialidade de nutrientes. O requerimento de especificidade, que se traduz em impossibilidade de substituição, não é satisfeito nem em (IV) nem em (V). Ainda assim, cabe salientar que ambas as funções possuem isoquantas que tendem ao paralelismo com os eixos dos fatores após um curto intervalo onde a possibilidade de substituição se faz presente. Este intervalo era inevitável em qualquer função côncava e completamente diferenciável, que tanto Baule quanto Balmukand pudessem ter especificado. Não

4/ Para uma discussão detalhada das equações (IV) e (V), ver HEADY e DILLON (16), p. 89 e 97.

obstante, ambos os cientistas parecem ter feito escolhas de forma a minimizar as possibilidades de substituição. É importante ter em mente o período em que Baule e Balmukand desenvolveram suas contribuições, isto é, na década dos anos 20. Aquela foi uma época em que as funções diferenciáveis e o cálculo dominavam a representação formal de fenômenos físicos, biológicos e econômicos. A matemática das proporções fixas era ainda intratável sob o ponto de vista da pesquisa aplicada. Desigualdades eram noções alheias à maioria dos cientistas de solos e dos economistas. Não existiam procedimentos eficientes para a resolução de sistemas de desigualdades. Porém, não será plausível imaginar-se que Baule ou Balmukand, explicitamente, incorporariam a noção de impossibilidade de substituição aos seus modelos, se tal aparato analítico estivesse à sua disposição no passado? Em vista dos elementos trazidos à baila na discussão até aqui, parece que a resposta lógica a esta pergunta é um sólido "Sim". Então, estritamente à luz do princípio da essencialidade, a relação entre a produtividade dos cultivos e a disponibilidade de dois nutrientes variáveis deve ser escrita como se segue:

$$y = \text{Min}_{j \in M} \{ g_j (b_j + x_j) \} \quad (\text{VI})$$

onde  $M$  é o conjunto de elementos essenciais e  $g_j$  é a função de resposta ao  $j$ -ésimo elemento, dado que os demais sejam não-limitantes. Por razões já apresentadas (vide item 1), supõe-se que  $g_j$  é quase-côncava, apresentando em geral um máximo em forma de teto ("plateau"). Suponha que  $A$  é o teto de  $g_j$ . Neste caso, o  $j$ -ésimo nutriente é considerado em nível não-limitante, se, para este nível,  $g_j$  é igual a  $A$ . Por outro lado, admite-se que  $g_j(0) = 0$ .

Casos especiais da especificação (VI) incluem o modelo de Liebig:

$$y = \text{Min} \{ A; c_1 (b_1 + x_1); c_2 (b_2 + x_2) \} \quad (\text{VII})$$

e um modelo que poderia ser chamado de Liebig-Mitscherlich, representando um compromisso formal entre o princípio de essencialidade de Liebig e o princípio de rendimentos decrescentes de Mitscherlich:

$$y = \text{Min} \{ A(1 - e^{-c_1(b_1 + x_1)}); A(1 - e^{-c_2(b_2 + x_2)}) \} \quad (\text{VIII})$$

Admite-se, ainda, a representação aproximada das funções  $g_j$ , em (VI), através de segmentações ("splines"). Para a estimação do modelo (VI) dispõe-se de duas alternativas básicas. A primeira delas, de natureza mais pragmática, é estimar cada  $g_j$  independentemente, cuidando-se que  $g_j = A$  (para todos  $i \neq j$ ). Este, evidentemente, é o método seguido pelos agrônomos: estimar a curva de resposta a um nutriente por vez, mantendo os demais em nível não-limitante. Este método, incidentalmente, é justificado pela existência dos "tetos de rendimentos": na prática, não é difícil a um cientista agrícola experiente obter a condição  $g_j = A$  (para todos  $i \neq j$ ). A segunda alternativa para a estimação do modelo (VI) é o método de



máxima verossimilhança. Esta alternativa, que não será discutida aqui, foi recentemente examinada por LANZER, PARIS e GREEN (19)<sup>5/</sup>.

Em vista de toda discussão anterior, é surpreendente que o princípio de elasticidade de substituição nula entre nutrientes não tenha recebido séria consideração por parte dos economistas na década de 50. Os únicos defensores do princípio parecem ter sido JOHNSON (18)<sup>6/</sup> e REDMAN e ALLEN (25). No entanto, as implicações da Lei do Mínimo eram bem conhecidas dos economistas rurais naquela época. HEADY (15) chegou a apresentar um gráfico tridimensional da equação (VI). Porém, descartou o princípio de essencialidade porque “talvez seja certo que nutrientes distintos não se substituem nos processos químicos das plantas... Todavia, a disponibilidade de um nutriente pode afetar a capacidade da planta de utilizar outros nutrientes” (HEADY (1 b), p. 14). Aquele autor não parece ter-se apercebido de que esta afirmativa não é inconsistente com o princípio de essencialidade! Na verdade, o princípio estabelece que o aumento na disponibilidade de um nutriente irá afetar a capacidade da planta de utilizar outros nutrientes, se o nutriente que teve sua disponibilidade acrescida era o que estava em mínimo. Assim, uma explicação para a possibilidade de substituição entre nutrientes, que foi abertamente introduzida em conjunto com os modelos polinomiais, não pode ser buscada no campo da fisiologia vegetal. BARBER (2) é explícito a este respeito: “os economistas... indicaram que existe um número de combinações diferentes de nutrientes que geram uma dada produtividade dos cultivos... Mas, uma vez que P não pode substituir K na planta, qualquer substituição deve ser muito pequena” (BARBER (2), p. 210) Outra explicação sugerida para a possibilidade de substituição entre nutrientes envolveria efeitos de solubilização de um nutriente no solo pela adição de outro. Esta possibilidade realmente existe entre cálcio e fósforo: o uso de calcário pode solubilizar, em certos solos, algumas formas fixas de fósforo. Entre nitrogênio, fósforo e potássio, porém, tal possibilidade não existe<sup>7/</sup>. E mesmo que existisse, é relevante salientar que teria importância apenas para uma análise miópica de curto prazo. Afinal, se as plantas absorvem os nutrientes de forma tal nenhuma substituição pode ocorrer, a incorporação exógena de nutrientes eventualmente deverá seguir o mesmo princípio. Em outras palavras: existe um horizonte finito para a duração de qualquer processo de “substituição” que envolva a solubilização de estoques “fixos” no solo. Eis porque TISDALE e NELSON (29), p. 618, consideram o conceito de substituição como determinante de estratégias de adubação inconsistentes a longo prazo.

Cabe agora perguntar, novamente, se o custo de não incorporar o princípio de essencialidade aos modelos de análise econômica é significativo. Infelizmente,

---

5/ Nesta referência encontra-se, também, o desenvolvimento de um teste estatístico para verificação da hipótese de impossibilidade de substituição entre fatores.

6/ Johnson, na verdade, parecia estar um tanto confuso a respeito do assunto. No seu artigo para o **Journal of Farm Economics**, chega a sugerir um modelo de proporções fixas, que muito se aproxima do tabu neoclássico de isoquantas interpenetrantes!

7/ Comunicação particular com o Dr. Stanley Barber, da Universidade de Purdue, enquanto o mesmo exerceu consultoria junto ao Departamento de Solos da Universidade Federal do Rio Grande do Sul, em setembro de 1977.

parece não existir ainda um estudo neste sentido. De qualquer forma, aos custos tangíveis dos erros de especificação, deve-se ainda acrescentar os custos intangíveis decorrentes do desentendimento entre agrônomos e economistas rurais sobre aspectos metodológicos da análise econômica do uso de fertilizantes. Incidentalmente, a forma básica de análise econômica associada ao modelo (VI) é:

$$\text{Max } L = P_y y - \sum_{j \in M} P_j x_j$$

$$\text{dado } g_j (b_j + x_j) - y \geq 0 \quad , \quad j \in M$$

$$e \quad x_j \geq 0 \quad , \quad j \in M$$

onde  $L$  é receita líquida,  $P_y$  é o preço do produto e  $P_j$  ( $j \in M$ ) são os preços dos nutrientes. Se as funções  $g_j$  são aproximadas por segmentação, o problema pode ser resolvido por técnicas de programação separável. Mais ainda, uma vez que as funções  $g_j$  são quase-côncavas, o conjunto de soluções factíveis é convexo. Assim, o problema resultante de programação separável pode ser resolvido por algoritmos convencionais de programação linear (ver, p. ex., HADLEY (14), p. 124). Deve-se salientar, todavia, que a formulação acima é estática. Assim, na prática, deve ser expandida com a inclusão de efeitos residuais dos fertilizantes.

#### 4. GENERALIZAÇÃO DE RESULTADOS

Um aspecto importante na análise de experimentos de adubação do solo relaciona-se à possibilidade de realizar generalizações dos resultados obtidos sob determinadas condições de clima e de solo.

Os agrônomos, geralmente, executam tais generalizações através do princípio dos rendimentos relativos. Este princípio repousa na teoria da invariância do parâmetro de resposta da equação de Mitscherlich (coeficiente  $c$  na equação (VI)). Segundo esta teoria, os efeitos do clima e do tipo de solo em que se realiza um determinado cultivo são refletidos apenas no parâmetro  $A$ , isto é, o máximo assintótico. Conseqüentemente, a resposta relativa dos cultivos ( $y/A$ ) independeria das condições de clima e de tipo de solo:

$$\frac{y}{A} = 1 - c^{-c(b+x)} \quad (IX)$$

Uma vez estimado o coeficiente de resposta, as generalizações procedem utilizando-se estimativas de  $A$  para diferentes locais como uma espécie de "deflator geográfico". O coeficiente  $b$ , por sua vez, está associado à análise de solo, na hipótese de que:

$$b = \lambda b^* \quad (X)$$

onde  $b^*$  representa o nível de análise de solo para o nutriente variável e  $\lambda$  é um coeficiente de equivalência entre as unidades usadas para medir análise de solo

(ppm de P, por exemplo) e as unidades usadas para medir fertilizantes (kg de  $P_2O_5$ /ha, por exemplo). O coeficiente  $\lambda$ , chamado de "coeficiente de recuperação" na terminologia das ciências de solo, não é invariante com relação ao tipo de solo e ao tipo de análise química realizada. Assim, na prática, os agrônomos procuram classificar os tipos de solo de uma região (país ou estado) de acordo com a magnitude do seu coeficiente de recuperação. Se, para um dado método de análise química, o número de tipos de solo existentes na região verifica-se ser demasiadamente grande, os cientistas de solo tentam contornar o problema pesquisando métodos de análise química alternativos. Este processo é chamado de "calibração de análises de solos". Idealmente, o processo de calibração termina-se com a descoberta de um método químico capaz de produzir estimativas do conteúdo de nutrientes no solo com coeficientes de recuperação similares para todos os solos de uma região.

Os economistas rurais, entretanto, têm dado pouco valor à teoria dos rendimentos relativos. De modo geral, têm insistido na necessidade de incorporar variáveis climáticas e variáveis associadas ao tipo de solo às funções de resposta (ver, p. ex., HEADY (15) e MUNSON e DOLL (23). Deve-se salientar que a incorporação de mais e mais variáveis nas funções de resposta não é uma busca por conhecimentos estruturais. PERRIN (24) é extremamente explícito em relação a este ponto: "nós não conhecemos, e nunca poderemos conhecer, a verdadeira especificação do processo. Se tal coisa sequer existir, nós erraremos a especificação por omissão de variáveis, por erros na escolha de formas algébricas e por erros de observação. Devíamos portanto, nos restringirmos a testar a hipótese de que uma dada teoria é capaz de predizer melhor do que outra" (PERRIN (24), rodapé, p. 55). No entanto, as teorias examinadas pelos economistas rurais, no que tange a generalizações de respostas ao uso de adubos, confinam-se a uma mera discussão sobre o uso de índices climáticos vs medidas diretas de variáveis climáticas (ver, p. ex., RYAN (28), p. 31 - 6). O princípio dos rendimentos relativos, por outro lado, permanece quase que completamente ignorado na literatura produzida pelos economistas rurais.

A teoria dos rendimentos relativos, que é baseada num pressuposto de separabilidade fraca do conjunto de nutrientes e do conjunto dos demais fatores de crescimento das plantas, tem importante respaldo teórico nas ciências de solo. BRAY (6, 7, 8) estabeleceu as condições gerais para sua validade, cabendo, aqui, apenas dizer que tais condições não são muito limitantes para o uso do princípio na prática. Bray, entretanto, aconselha cuidados no uso do princípio dos rendimentos relativos para o caso do nitrogênio. Mesmo assim, HILDRETH (17) não encontrou interações significantes entre tipo de solo, clima e níveis de nitrogênio, quando a resposta de milho foi expressa em logaritmos em um modelo descontínuo ajustado a uma grande massa de dados experimentais. Isto "confirmou a crença apriorística de que efeitos percentuais similares eram mais plausíveis do que efeitos absolutos similares" (HILDRETH (17), p. 68). Em outras palavras, o trabalho de Hildreth não rejeita o princípio de rendimentos relativos para o caso do nitrogênio. Assim, em determinados casos pelo menos, o princípio pode ter utilidade prática, mesmo além das limitações concebidas por Bray. É importante, todavia, dar-se conta que a

aplicação do princípio dos rendimentos relativos é condicionada à classificação de solos obtida no processo de calibração: Conforme o exposto anteriormente, o coeficiente de recuperação não é invariante quanto ao tipo de solo. Portanto, dados provenientes de diferentes locais e/ou anos só podem ser homogeneizados pelo princípio de rendimentos relativos, se forem provenientes de solos com coeficientes de recuperação similares. Para estes dados, pode-se estimar a curva:

$$y_{ij} = \hat{A}_j f(\lambda b^*_{ij} + x_{ij}) \quad (XI)$$

onde  $y_{ij}$  é a produtividade observada na  $i$ -ésima parcela do  $j$ -ésimo experimento,  $\hat{A}_j$  é uma estimativa do "teto de rendimentos" do  $j$ -ésimo experimento,  $b^*_{ij}$  é a análise de solo e  $x_{ij}$  é a quantidade de fertilizantes aplicada na  $i$ -ésima parcela do  $j$ -ésimo experimento. Os modelos de regressão baseados em (XI) evidentemente contêm erros de observação:  $\hat{A}_j$  é uma estimativa, e, como tal, sujeita a erro. Porém, se o "teto de rendimentos" é relativamente extenso e o número de repetições do tratamento (ou tratamentos) não-limitante é grande, os erros desta estimativa tenderão a ser pequenos. Além disto, como a variabilidade, devido ao clima, está incorporada no modelo, é de se esperar que a variância residual seja pequena em relação à variância dos regressores. Neste caso, pelo teorema da proximidade (ver MADDALA (20)), o viés sobre as estimativas dos parâmetros é de pouca expressão.

Deve-se notar que o emprego do modelo (XI) supõe a existência de um razoável volume de pesquisa local em calibração de análises de solo. Sob outras circunstâncias, justifica-se a incorporação de muitas variáveis em modelos especificados, a partir de critérios menos satisfatórios. É evidente que o trabalho passa a ter então um sentido mais exploratório do que conclusivo. De qualquer maneira, parece ser interessante limitar as formas algébricas utilizadas de modo a manter uma separabilidade multiplicativa entre o conjunto de variáveis climáticas e o conjunto de variáveis associadas à fertilidade do solo. Assim, no caso de se usarem polinômios, sugere-se não desprezar aprioristicamente os termos de 3.<sup>a</sup> e 4.<sup>a</sup> ordens!

## 5. CONCLUSÃO

No presente trabalho, procurou-se contrastar pontos de vista quanto à especificação de modelos de análise de resposta ao uso de fertilizantes. Tomando-se a "função de resposta polinomial generalizada" como o modelo representativo das pesquisas executadas por economistas agrícolas, procurou-se demonstrar que este modelo entra em conflito com alguns princípios de ciências de solos largamente adotados pelos agrônomos. Mais especificamente, a "função de resposta polinomial generalizada" contrapõe o conceito de "ponto de rendimento máximo" ao princípio de "teto de rendimentos"; contrapõe o conceito de substituição entre nutrientes ao princípio de essencialidade de Liebig-Arnon e contrapõe uma forma vaga de generalizar resultados ao princípio de rendimentos relativos de Mitscherlich-Bray. É possível que tais erros de especificação tenham um custo relativamente pequeno; mais pesquisa é solicitada neste sentido. Por outro lado, outras deficiências da metodologia convencionalmente adotada para

fins de análise econômica de adubação poderiam ainda ter sido citadas. Porém, o objetivo último do trabalho já foi atingido: a especificação de modelos para a análise bioeconômica não é, absolutamente, mais arte do que ciência! Do economista rural que trabalha em cooperação com cientistas agrícolas exige-se, pelo menos, a tentativa de compreensão de que os métodos empregados por agrônomos são, em geral, consequência dos princípios científicos próprios de sua área. Do cientista agrícola que trabalha em cooperação com economistas rurais, por outro lado, exige-se, pelo menos, a tentativa de entendimento que a função dos economistas não se esgota na orçamentação de experimentos passados.

## 6. LITERATURA CITADA

1. BALMUKAND, B.H. Studies in crop variation – V – The relation between yields and soil nutrients. **Journal of Agricultural Sciences**, (18): 602-27, 1928.
2. BARBER, S.A. **The changing phylosophy of soil test interpretations in soil testing and plant analysis**. Walsh e Beaton (ed.). Soil Science Soc. America, Inc., 1973.
3. BAUM, E.L.; HEADY, E.O.; BLACKMORE, J. (ed.). **Methodological procedures in the economic analysis of fertilizer use data**. The Iowa State College Press, 1956.
4. BAUM, E.L.; HEADY, E.O.; PESEK, J.T.; HILDRETH, C.G. (ed.). **Economic and technical analysis of fertilizer innovations and resource use**. The Iowa State College Press. 1957.
5. BRADY, N.C. **The nature and properties of soils**, 8<sup>th</sup> ed. McMillan, 1974.
6. BRAY, R.H. A nutrient mobility concept of soil-plant relationships. **Soil Science**. (78): 9-23, 1954.
7. \_\_\_\_\_. Confirmation of the nutrient mobility concept of soil-plant relationships. **Soil Science**, 95 (2): 124-31, 1963.
8. \_\_\_\_\_. The correlation of a phosphorus soil test with the response of wheat though a modified Mitscherlich equation. **Soil Sci. Soc. Amer. Proc.**, (22): 314-17, 1958.
9. CATE, R.B. & NELSON, L.A. A simple statistical procedure for particing soil test correlation data in two classes. **Soil Sci. Soc. Amer. Proc.**, (35): 858-60, 1971.
10. COREY, R.B. & SCHULTE, E.E. **Factors affecting the availability of nutrients to plants – in soil testing and plant analysis**. Walsh and Beaton (ed.). Soil Sci. Soc. Amer., Inc., 1973.
11. CROWTHER, E.W. & YATES, F. Fertilizer policy in wartime: fertilizer requirements of arable crops. **Empire Jour. Exp. Agr.** (IX): 77-97, 1941.
12. EPSTEIN, E. **Mineral nutrition of plants: principles and perspectives**. John Wiley, 1972.

13. FULLER, W. Grafted polynomials as approximating functions. **Aust. Jour. Agric. Econ.**, (13): 35-46, 1969.
14. HADLEY, G. **Non linear and dynamic programming**. Addison-Wesley, 1964.
15. HEADY, E.O. Methodological problems in fertilizer use. In: **Methodological procedures in the economic analysis of fertilizer use data**. Baum, Heady e Blackmore (ed.). The Iowa State College Press, 1956.
16. HEADY, E.O. & DILLON, J. **Agricultural production functions**. The Iowa State College Press, 1961.
17. HILDRETH, C.G. Discrete models with qualitative restrictions. In: **Methodological procedures in the economic analysis of fertilizer use data**. Baum, Heady e Blackmore (ed.). The Iowa State College Press, 1956.
18. JOHNSON, P.R. Alternative functions for analyzing a fertilizer-yield relationship. **J.F.E.**, 35 (4): 519-29, 1953.
19. LANZER, E.A.; PARIS, Q.; GREEN, R. A maximum likelihood estimator for switching regressions with common gaussian noise. **Working Paper No. 78-8**. Department of Agricultural Economics, University of California (Davis), 1978.
20. MADDALA, G.S. **Econometrics**. McGraw-Hill, 1977.
21. MALAVOLTA, E.; HAAG, H.P.; MELLO, F.A.F.; BRASIL S.º, M.O.C. **La nutricion mineral de algunas cosechas tropicales**. Inst. Intern. de la Potasa, 1964.
22. MASON, D.D. Functional models and experimental designs for characterizing response curves and surfaces. In: **Methodological procedures in the economic analysis of fertilizer use data**. Baum, Heady e Blackmore (ed.). The Iowa State College Press, 1956.
23. MUNSON, L.O. & DOLL, J.P. The economics of fertilizer use in crop production. **Advances in Agronomy**. v. XI. Academic Press, 1959.
24. PERRIN, R.K. The value of information and the value theoretical models in crop response research. **AJAE**, 58 (1): 54-61, 1976.
25. REDMAN, J.C. & ALLEN, S.Q. Interrelationships of economic and agronomic concepts. **JFE**, 36 (3): 453-65, 1954.
26. ROUSE, R.D. Soil test theory and calibration for cotton, corn, soybeans and coastal bermudagrass. **Bulletin 375**. Agric. Exp. Sta. Auburn University, Alabama, 1968.
27. RUSSEL, J. **Soil conditions and plant growth**, 10<sup>th</sup> ed. Longmans, 1973.
28. RYAN, J. "A generalized crop fertilizer production function". Unpublished Ph.D. Dissertation. North Carolina State University (Raleigh), 1972.
29. TISDALE, S.L. & NELSON, W.L. **Soil fertility and fertilizers**. 7<sup>th</sup> ed. McMillan, 1971.
30. WALLACE, T.D. Pretest estimation in regression: a survey. **AJAE**, 59 (3): 431-43, 1977.