

Determinantes das eficiências técnica e ambiental da pecuária leiteira brasileira conduzida por pequenos produtores

Determinants of technical and environmental efficiency of Brazilian dairy farming conducted by small producers

Mariza de Almeida Devens¹ , Carlos José Caetano Bacha¹ 

¹Escola Superior de Agricultura Luiz de Queiroz (ESALQ), Universidade de São Paulo (USP), Piracicaba (SP), Brasil.
E-mails: marizaalmeida@alumni.usp.br; carlosbacha@usp.br

Como citar: Devens, M. A., & Bacha, C. J. C. (2026). Determinantes das eficiências técnica e ambiental da pecuária leiteira brasileira conduzida por pequenos produtores. *Revista de Economia e Sociologia Rural*, 64, e299607. <https://doi.org/10.1590/1806-9479.2026.299607>

Resumo: O artigo estima e avalia as eficiências técnica e ambiental da pequena produção de leite no Brasil, com base em distintos modelos de fronteira estocástica, que consideram ou não as diferenças tecnológicas regionais entre esses produtores, e comparando resultados, ao se adotar duas distintas formas funcionais da função de produção (Cobb-Douglas *versus* Translog). Microdados do Programa de Assistência Técnica e Gerencial (ATeG) do Senar, referentes ao ano de 2021, são utilizados. As estimativas via metafronteira, seja usando a especificação da Cobb-Douglas ou da Translog, indicam menores níveis de eficiências técnica e ambiental do que quando elas são estimadas com suporte numa só fronteira de produção ou com o uso de *dummies* para representar regiões nessa fronteira. Apesar dos valores das eficiências serem maiores quando se utiliza a forma funcional da Cobb-Douglas *versus* a da Translog, não há diferenças estatísticas entre esses escores quando se considera a mesma especificação da fronteira estocástica (por exemplo, estimando-a pela metafronteira). Esses resultados sugerem a importância maior de definir o modelo de fronteira estocástica do que a forma funcional da função de produção quando da avaliação das eficiências técnica e ambiental, no caso da pecuária bovina leiteira do Brasil.

Palavras-chave: pecuária leiteira, eficiência técnica, eficiência ambiental, fronteira estocástica, metafronteira estocástica.

Abstract: This paper estimates and evaluates the technical and environmental efficiencies of small-scale milk production in Brazil using different stochastic frontier models. These models either account for or disregard regional technological differences among producers and compare results obtained through two distinct functional forms of the production function (Cobb-Douglas versus Translog). Microdata from SENAR's Technical and Managerial Assistance Program (ATeG), for the year 2021, are employed in the analysis. Estimates based on the metafrontier approach – whether using the Cobb-Douglas or Translog specification – indicate lower levels of technical and environmental efficiency compared to those derived from a single production frontier or from models using regional dummy variables. Although the efficiency scores tend to be higher under the Cobb-Douglas specification than under the Translog, no statistically significant differences are found between these values when the same stochastic frontier specification is applied (e.g., using the metafrontier approach). These findings highlight the greater importance of selecting the appropriate stochastic frontier model over the choice of functional form in evaluating technical and environmental efficiency in Brazilian dairy farming.

Keywords: milking farming, technical efficiency, environmental efficiency, stochastic frontier, stochastic metafrontier.

1 Introdução

O Brasil é o quinto maior produtor mundial de leite bovino, mas fica muito abaixo da produtividade média de outros países. Em 2021, a produtividade da bovinocultura brasileira foi de 1.493 litros/vaca/ano, muito aquém, quando comparada com a de outras nações.



Nesse mesmo ano, os Estados Unidos exibiram a produtividade de 10.861 litros/vaca/ano, a Argentina alcançou 7.618 litros/vaca/ano, enquanto a China registrou 5.940 litros/vaca/ano (United States Department of Agriculture, 2024).

Há grande diversidade de sistemas de produção leiteira entre as regiões do Brasil, havendo lugares no País onde se ultrapassa a produtividade média alcançada em grandes nações.

Historicamente, a região Sul detém o rebanho bovino leiteiro com maior produtividade, devido, em parte, ao grande uso do gado da raça holandesa. A bovinocultura leiteira desta região destaca-se por estar presente em pequenas propriedades que acessam crédito rural e assistência técnica, sendo consideradas propriedades que adotam tecnologias mais modernas, ante o padrão nacional, no processo produtivo da atividade analisada (Berndt et al., 2015). A região Sudeste, e o estado de Minas Gerais, em particular, detém o maior rebanho leiteiro do Brasil, mas com o emprego de animais de raças diversas e adotando, segundo a área considerada dentro da citada região, sistemas de produção intensivo, semiextensivo ou criado a pasto (Fassio et al., 2006). A região Centro-Oeste, a seu turno, é caracterizada por propriedades maiores e adotando, crescentemente, tecnologias modernas na produção, principalmente por meio de investimentos em recuperação das pastagens e na produção de grãos – usados na alimentação dos animais (Vilela & Andrade, 2018). O Nordeste, por sua vez, concentra a maior quantidade de estabelecimentos agropecuários produtores de leite no Brasil, mas caracteriza-se, de maneira geral, pelo seu rebanho leiteiro mestiço e por maior presença relativa (comparativamente a outras regiões do Brasil) de produtores com menor acesso ao crédito rural e à assistência técnica (Berndt et al., 2015). A região Norte, entretanto, pouco se destaca na produção nacional de leite, exibindo, de modo geral, rebanho mestiço, sendo caracterizada por propriedades que têm, relativamente às demais regiões, menor acesso à assistência técnica e ao crédito rural, e com elevadas restrições à produção agropecuária, em decorrência de aspectos institucionais e ambientais quanto ao uso do solo, pois suas áreas se encontram no bioma amazônico, e há problemas logísticos.

A melhora na produtividade e nas boas práticas da produção leiteira está relacionada ao acesso às tecnologias e informações, passíveis de ser viabilizadas pela assistência técnica, via, por exemplo, aquela provida pela extensão rural. De acordo com o Censo Agropecuário 2017, apenas um milhão de estabelecimentos agropecuários no Brasil receberam algum tipo de assistência técnica naquele ano, estando 40% deles localizados na região Sul do país (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2017). Existem no Brasil, com ofertas distintas em suas regiões, os serviços de assistência técnica públicos, os privados ou em parceria público-privado. Como modelo público-privado tem-se, por exemplo, a Assistência Técnica e Gerencial (ATEG), do Serviço Nacional de Aprendizagem Rural (Senar), iniciada em 2013, com foco em pessoas, visando a maximizar a produção e o uso eficiente dos recursos (Serviço Nacional de Aprendizagem Rural, 2022). De modo geral, o foco da ATEG-Senar são os pequenos produtores, em especial os familiares, que respondem por parcela muito grande da produção nacional de leite. Em 2017, os estabelecimentos com até 50 hectares de área total representaram 74% da produção desse bem, enquanto aqueles caracterizados como de agricultura familiar foram responsáveis por 81% da produção nacional de leite no mesmo ano (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2017).

Nas décadas de 1950 a 1990, a maioria dos trabalhos estimando a eficiência técnica fez uso da análise envoltória de dados (*Data Envelopment Analysis* - DEA) ou da análise da fronteira estocástica (*Stochastic Frontier Analysis* - SFA), bem como optaram entre as formas funcionais da Cobb-Douglas ou da Translog na definição da função de produção. Nas duas primeiras décadas do século XXI, a metafronteira estocástica passou a ser utilizada nos cálculos da eficiência, sendo que ela considera a potencial heterogeneidade na adoção de tecnologia entre os membros da população analisada, o que poderia ser, decerto, mais apropriado, ao se calcular a eficiência técnica na pecuária leiteira, pois, claramente, há grupos distintos desses produtores nas regiões brasileiras.

Adicionalmente, é importante também calcular a eficiência ambiental da pecuária leiteira, pois a produção de leite enseja impactos ambientais negativos, entre os quais está a emissão de gás do efeito estufa. Entre esses, se destacam as emissões de CH_4 (que representaram 62,5% do total emitido de GEE pelo setor agropecuário) e que surgem, principalmente, da fermentação entérica¹ (a qual é responsável por 57% do total de emissões de CH_4 gerados pelo setor agropecuário). Os bovinos são responsáveis por 96,8% da emissão de CH_4 via fermentação entérica, e o restante provém, por exemplo, de búfalos, ovelhas, cabras, cavalos, mulas, asnos e suínos (Brasil, 2022).

Há disponível boa quantidade de trabalhos que já estimou as eficiências técnicas da pecuária no Brasil. Por exemplo - e apenas considerando alguns deles publicados nos anos 2000, e usando a análise envoltória de dados - registram-se os textos de: Magalhães & Campos (2006), Gonçalves et al. (2008), Sousa et al. (2012), Novo et al. (2013), Travassos et al. (2016), Campos et al. (2018) e Mareth et al. (2019). A maioria desses trabalhos utilizou microdados de produtores de leite e, em especial, considerando regiões de Minas Gerais. Usando a fronteira estocástica, existe menor número de estudos que calcularam a eficiência técnica na pecuária leiteira, destacando-se: Ferreira Junior et al. (2004), Nascimento et al. (2012), Silva & Bragagnolo (2018), sendo que o último, além de calcular a eficiência técnica, também realizou estimativas da eficiência ambiental. Os trabalhos citados, no entanto, divergem quanto ao fato de os produtores de leite serem ou não eficientes sob o prisma técnico.

A função de produção tradicional (na estimativa da Fronteira Estocástica, SFA) assume que as firmas operam utilizando uma mesma tecnologia, havendo, portanto, uma única fronteira de produção para todos os produtores, independentemente dos níveis de tecnologias das firmas envolvidas. Estas, entretanto, atuam com distintas tecnologias, e, neste caso, pode não ser indicado que comparações dos níveis de eficiência das firmas (como de propriedades leiteiras) sejam realizadas usando apenas uma SFA (Battese et al., 2004).

Para considerar os variados níveis de tecnologias² de produção presentes em um mesmo mesmo setor (como na pecuária bovina leiteira) e obter eficiências técnicas comparáveis entre os seus produtores, a metafronteira de produção (Metafronteira Estocástica), proposta por Battese et al. (2004), pode ser empregada para estimar a eficiência técnica dos produtores de leite. A metafronteira é uma envolvente de funções de produção de diferentes grupos de produtores que possuem potencial de acesso à mesma tecnologia (que, neste estudo, são grupos de produtores de leite de cada macrorregião brasileira). A estimativa da metafronteira estocástica tem como diferencial estimar o *gap* tecnológico (distância do melhor uso da tecnologia disponível), que mede a ineficiência existente entre a fronteira do grupo e a metafronteira (Huang et al., 2014).

Destaca-se o fato de não se haver encontrado, na literatura revisada, estudo que compare a eficiência técnica dos produtores de leite entre as regiões brasileiras e que considere a heterogeneidade regional das tecnologias adotadas pelos produtores. As análises nacionais sobre a eficiência técnica na produção de leite são direcionadas, principalmente, para a região Sudeste, com destaque para o estado de Minas Gerais.

A pesquisa que ora se relata emprega os microdados referentes a produtores de leite do Brasil, assistidos pela ATeG do Senar, durante o ano de 2021. Esses microdados, além de serem mais recentes do que os que seriam passíveis de estar no Censo Agropecuário de 2017, contemplam produtores de leite das cinco macrorregiões do Brasil.

¹ A fermentação entérica é proveniente do processo digestivo de animais ruminantes e de animais não ruminantes, dentre eles o gado de leite, gado de corte, búfalos, cavalos e suínos (Berndt et al., 2015).

² Esses conjuntos de tecnologias podem ser formados pelos aspectos culturais, regionais, climáticos, recursos financeiros, demográficos, dentre outros que compõem o ambiente da região em que se situam os produtores (Hayami, 1969; Hayami & Ruttan, 1970).

Com relação ao indicador ambiental, os estudos analisam, principalmente, as emissões de metano, óxido nitroso e CO₂ equivalente (metano, nitrogênio, óxido nitroso e, ou, dióxido de carbono). Para se obter as estimativas do indicador ambiental indesejado (também chamado de variável ambiental indesejável), algumas abordagens adotadas se destacam, sendo elas: o princípio do balanço de nutrientes adotado nos estudos de Campos et al. (2018), Nin-Pratt (2013) e Urdiales et al. (2016); o orçamento de nitrogênio usado por Graham (2004); os algoritmos adaptados do modelo Holos, baseado nas metodologias *Tier 2* e *3* do IPCC, e utilizados por Le et al. (2020); e, a abordagem *Tier 2* do IPCC aplicada pelos autores Dayananda (2016), Silva & Bragagnolo (2018) e Shortall & Barnes (2013). Dada a limitação da base de dados utilizada, esta investigação tem foco na emissão de metano (CH₄), mensurada com base na metodologia *Tier 1*.

Ademais, nenhum dos trabalhos acima citados utilizou a metafronteira estocástica em suas estimativas, tampouco comparou de que modo formas funcionais distintas da função de produção (por exemplo, Cobb-Douglas *versus* Translog) são passíveis de gerar estimativas distintas de eficiências técnicas e ambientais.

O uso da metafronteira no cálculo das eficiências técnicas e/ou ambiental de produtores de leite em outros países já ocorreu, por exemplo, nos estudos de Moreira & Bravo-Ureta (2010), Jiang & Sharp (2015), Melo-Becerra & Orozco-Gallo (2017), Alem et al. (2019) e Cele et al. (2023).

Considerando o acima exposto, o objetivo deste artigo é estimar e avaliar os níveis de eficiências técnica e ambiental dos pequenos produtores de leite no Brasil, em especial, identificando os seus principais determinantes, e recorrendo a distintas especificações da fronteira estocástica e diferentes formas funcionais para definir uma função de produção.

Em específico, estimar-se-ão três modelos de fronteira estocástica, SFA: 1º modelo, considerando uma única SFA para todos os produtores de leite do Brasil; 2º modelo, a SFA com variáveis *dummies* separando as regiões do Brasil; e, 3º modelo, a metafronteira. Adicionalmente, cada modelo será estimado usando a forma funcional Cobb-Douglas *versus* a Translog, totalizando-se, ao final, seis estimativas (referente ao Brasil e as regiões brasileiras – Norte, Nordeste, Sudeste, Sul, Centro-Oeste). Os resultados finais das eficiências técnicas e ambientais gerados por esses seis modelos serão comparados entre si, usando análise estatística, de modo a evidenciar suas semelhanças e diferenças.

2 Fundamentação Teórica

A função de produção tradicional (Fronteira Estocástica) assume que as firmas operam utilizando uma mesma tecnologia. A fronteira de produção é formada pela associação de uma produção y_i e um vetor de insumos x_i . A firma que estiver sobre a fronteira de produção apresenta eficiência técnica máxima, ou seja, ela alcança o máximo de produto dado o conjunto de insumos usados (Coelli et al., 2005; Kumbhakar & Lovell, 2000). Nesse modelo, há somente uma única fronteira de produção para a amostra analisada (grupo). Se apenas estimar a Equação (1), tem-se o que se chama neste texto de Modelo I, Modelo II e as estimativas de cada região usadas no Modelo III (primeira parte da metafronteira).

$$y_{ji} = f^j(x_{ji}, Z_{ji}, \beta) \cdot \exp\{v_{ji} - u_{ji}\} \quad (1)$$

Em que y_{ji} é o nível de produção da propriedade i do grupo j , sendo que há n propriedades, de modo que $i = 1, 2, \dots, n$; e J grupos, sendo que $j = 1, 2, \dots, J$ (por exemplo, j pode ser igual a 5, as cinco macrorregiões brasileiras, ou igual a 1 quando analisado todos os produtores em uma única fronteira); x_{ji} é um vetor de insumos; a variável Z_{ji} representa o insumo ambiental (emissão de gás metano pela propriedade i pertencente ao grupo j); $f^j(x_{ji}; \beta)$ é uma fronteira de produção do grupo j ; β é um vetor de parâmetros da função a ser estimada no grupo j .

Os dois componentes do termo de erro são v_{ji} e u_{ji} , em que v_{ji} é um termo de aleatoriedade, que apresenta distribuição normal, média zero e variância σ_v^2 ; e u_{ji} representa o termo de ineficiência³.

Considerando que a ineficiência (termo u_{ji}) pode apresentar comportamento heterocedástico, autores como Battese & Coelli (1995) e Kumbhakar et al. (2015) sugerem que sejam estimados, simultaneamente com a fronteira estocástica, os fatores que explicam a ineficiência, tornando, assim, as estimativas consistentes.

A eficiência técnica é estimada usando a Equação (2).

$$ET_i^j = \frac{y_{ji}}{\left[f^j(x_{ji}, Z_{ji}, \beta) \cdot \exp\{v_{ji}\} \right]} = \left\{ \exp(-u_{ji}) \right\} \quad (2)$$

Dado que $u_{ji} \geq 0$, tem-se que a eficiência técnica da propriedade i pertencente ao grupo j estará entre 0 e 1 ($0 \leq ET_i^j \leq 1$), tal que $ET_i^j = 0$ indica total ineficiência e $ET_i^j = 1$ indica a propriedade i ser totalmente eficiente. Considerando que a ineficiência pode apresentar comportamento heterocedástico, estima-se simultaneamente os determinantes que explicam a ineficiência. Para se obter a eficiência técnica das propriedades pertencentes ao grupo j , podem ser usadas duas formas funcionais da fronteira de produção estocástica: a Cobb-Douglas ou a Translog.

O conceito da função metaprodução (Metafronteira Estocástica) – introduzida por Hayami (1969) e Hayami & Ruttan (1970) – leva em consideração que firmas atuam com diferentes tecnologias e, neste caso, é indicado que comparações dos níveis de eficiência das propriedades sejam feitas em relação a uma envolvente de funções de produção de diferentes grupos de produtores que apresentam potencial de acesso à mesma tecnologia – conforme destacado por Battese et al. (2004).

A primeira fase da metafronteira (chamada nesse texto de Modelo III) consiste na estimação da fronteira de produção de cada grupo utilizando a Equação (1), no caso deste artigo, os grupos são os produtores de cada uma das cinco macrorregiões brasileiras. As partir das estimativas da Fronteira Estocástica se obterá a eficiência técnica de cada propriedade em relação à fronteira de produção do seu grupo (Battese et al., 2004; Huang et al., 2014). Além da eficiência técnica, alguns estudos estão considerando na elaboração de um produto a eficiência ambiental. Nesse caso, a propriedade é eficiente quando ela está utilizando a menor quantidade de um recurso ambiental (no caso deste artigo, a propriedade estará emitindo a menor quantidade de gases de efeito estufa) para a produção de determinado nível de produto.

A mensuração da forma logarítmica da eficiência ambiental (EA) da propriedade i pertencente ao grupo j é obtida através da Equação (3), apresentada por Reinhard et al. (1999).

$$\ln EA_i^j = \left\{ \frac{-\left(\beta_z + \sum_l \beta_{lz} \ln X_{jil} + \beta_{zz} \ln Z_{ji} \right) \pm \left[\left(\beta_z + \sum_l \beta_{lz} \ln X_{jil} + \beta_{zz} \ln Z_{ji} \right)^2 - 2\beta_{zz} u_{ji} \right]^{0,5}}{\beta_{zz}} \right\} / \beta_{zz} \quad (3)$$

Segundo Reinhard et al. (1999), a eficiência ambiental obtida por meio da Equação (3) pode apresentar escores diferentes apenas se as elasticidades de produção forem variáveis. Esta propriedade é capaz de ser satisfeita por várias formas funcionais, dentre elas a Translog⁴, a qual será utilizada no presente artigo.

³ Adota-se, para estimação dos modelos, a distribuição normal-truncada, mas existem outras distribuições de probabilidade que podem ser testadas para o cálculo do termo de ineficiência, tais como: a *half-normal*, a gama e a exponencial (Kumbhakar & Lovell, 2000).

⁴ Utilizando a forma funcional Cobb-Douglas a eficiência ambiental teria escores similares ao da eficiência técnica, pois a equação seria $EA_i^j = \frac{\left\{ \exp(-u_{ji}) \right\}}{\beta_z}$.

Para considerar os diferentes níveis de tecnologias⁵ de produção presentes em um mesmo setor (como a pecuária bovina leiteira) e obter eficiências técnicas comparáveis entre os seus produtores, a metafronteira de produção proposta por Battese et al. (2004) pode ser utilizada para estimar a eficiência dos produtores de leite. A abordagem utilizada no presente trabalho é a proposta por Huang et al. (2014), em que a metafronteira estocástica (*stochastic metafrontier-SMF*) na primeira e na segunda fases não dependem de técnicas de programação, pois elas são baseadas na estrutura de fronteira estocástica (Huang et al., 2014).

Os procedimentos para obter as eficiências técnica e ambiental pelo modelo de fronteira estocástica simples, ou usando a fronteira estocástica com *dummies* regionais, ou pela primeira fase do modelo metafronteira (estimação das fronteiras estocásticas de cada região) são similares. No entanto, quando constatado que os produtores de leite apresentam diferentes níveis de tecnologia em cada região, estima-se o modelo de metafronteira estocástica (Modelo III, fase II). Para estimação da metafronteira estocástica usam-se os resultados dos modelos de fronteira estocástica de cada grupo de produtores (que estão localizados nas macrorregiões brasileiras, obtidos na fase I do Modelo III) e são incluídas no modelo as variáveis institucionais que explicam o *gap* tecnológico entre os produtores das regiões (no presente artigo é utilizada a variável tempo durante o qual a propriedade está recebendo a Assistência Técnica e Gerencial do Senar).

Seguindo o modelo de metafronteira estocástica de Huang et al. (2014) e adaptando com a abordagem de Reinhard et al. (1999) e Abdulai & Abdulai (2017), tem-se a Equação (4).

$$\ln \hat{f}^j(X_{ji}, Z_{ji}) = \ln f^M(X_{ji}, Z_{ji}) + v_{ji}^M + u_{ji}^M \quad (4)$$

Em que $\ln \hat{f}^j(X_{ji}, Z_{ji})$ são as fronteiras individuais estimadas para cada grupo de produtores de leite e $f^M(X_{ji}, Z_{ji})$ é a metafronteira de produção. Utilizando a abordagem de Huang et al. (2014), $\ln \hat{f}^j(X_{ji}, Z_{ji})$ são as quantidades produzidas de cada propriedade a partir dos coeficientes das funções de produção intragrupos estimados na primeira fase.

Huang et al. (2014) observam que $f^j(X_{ji}, Z_{ji}) \leq f^M(X_{ji}, Z_{ji})$, definindo que a diferença entre a fronteira de produção do grupo *j* e a metafronteira corresponde à taxa de metatecnologia (*metatechnology ratio* - MTR), a qual é menor ou igual a unidade (Equação 5).

$$MTR_i^j = \frac{f^j(X_{ji}, Z_{ji})}{f^M(X_{ji}, Z_{ji})} = e^{-u_{ij}^M} \quad (5)$$

Quanto maior é a MTR_i^j , menor é o *gap* tecnológico entre a fronteira do grupo e a metafronteira. Sendo que o valor igual à unidade indica que a fronteira do grupo coincide com a metafronteira (O'Donnell et al., 2008).

Com a segmentação das propriedades leiteiras em grupos (isto é, por macrorregiões brasileiras), é possível obter e comparar as eficiências técnica e ambiental de cada propriedade (*i*) produtora de leite relacionadas à metafronteira, conhecidas como metaeficiências técnica (MET) e ambiental (MEA). As estimativas são obtidas pelo produto entre as eficiências das propriedades de cada *j* grupo (ET_i^j e EA_i^j) e a taxa de metatecnologia (MTR_i^j) - também citada no texto como *gap* tecnológico, as quais são visualizadas nas Equações (6) e (7) (ver: Abdulai & Abdulai, 2017; Huang et al., 2014).

⁵ Esses conjuntos de tecnologias podem ser formados pelos aspectos culturais, regionais, climáticos, recursos financeiros, demográficos, dentre outros que compõem o ambiente da região em que se situam os produtores (Hayami, 1969; Hayami & Ruttan, 1970).

$$MET_{ji} = MTR_i^j \times ET_i^j \quad (6)$$

$$MEA_{ji} = MTR_i^j \times EA_i^j \quad (7)$$

Vários fatores podem auxiliar na explicação do termo de ineficiência e do *gap* tecnológico, por exemplo, as características da propriedade, da atividade e dos produtores. Seguindo Huang et al. (2014) e Kumbhakar et al. (2015), um conjunto de variáveis institucionais (H_{ji}) - selecionadas com base na literatura - serão consideradas na estimação da fronteira estocástica do Brasil, dos grupos (que são os produtores agrupados por macrorregiões do Brasil) e na metafronteira. Para explicar a ineficiência técnica (termo de erro, u_{ji}) das propriedades em relação à fronteira estocástica da região a que pertencem (Norte, Nordeste, Sudeste, Sul e Centro-Oeste) e do Brasil, incorporou-se no modelo as variáveis nível educacional, idade e despesas com medicamentos - primeira fase. Para explicar o *gap* tecnológico entre a fronteira do grupo e a metafronteira, usou-se a variável acesso à Assistência Técnica e Gerencial (ATeG) do Senar - segunda fase. As variáveis foram selecionadas de acordo com a literatura nacional (citada na Introdução deste artigo).

Para identificar a forma funcional - Translog ou Cobb-Douglas - que melhor se ajuste à estimação da fronteira estocástica simples (Modelo I), da fronteira estocástica com *dummy* (Modelo II) e da metafronteira (Modelo III), realizam-se os testes de Akaike (*Akaike Information Criterion* - AIC) e do Bayesiano (*Bayesian Information Criterion* - BIC), sendo que quanto menor é o valor encontrado, mais indicado é o modelo. Aplicou-se também o Teste Razão de Verossimilhança (LR) - Equação (8), em que a hipótese nula (H_0) é o uso da forma funcional Cobb-Douglas e a hipótese alternativa (H_1) indica o uso da forma funcional Translog. Para efetuar o teste LR é utilizado os valores *log-verossimilhança* (LL) de cada modelo estimado. O valor crítico da estatística do teste é obtido da tabela de Kodde & Palm (1986).

$$LR = -2 \{ \ln [L(H_0)] - \ln [L(H_1)] \} \quad (8)$$

Para verificar se os modelos estimados apresentam o componente de ineficiência técnica realiza-se o teste de razão de verossimilhança, em que a hipótese nula, $H_0 = \delta_u^2 = 0$, indica que não há ineficiência técnica nos estabelecimentos analisados; e a hipótese alternativa, $H_1 = \delta_u^2 > 0$, indica que há ineficiência técnica nas propriedades. Espera-se rejeitar a hipótese nula, tendo em vista que as estimativas das fronteiras e da metafronteira implicam presença de algumas propriedades como não tendo plena eficiência.

Após escolher a forma funcional e verificar a presença de ineficiência, realiza-se o teste razão de verossimilhança para identificar se o modelo mais adequado na estimação utiliza o vetor de variáveis que explicam a ineficiência. Nesse teste, a hipótese nula (H_0) refere-se o uso do modelo Translog ou Cobb-Douglas e a hipótese alternativa (H_1) indica o uso do modelo Translog ou Cobb-Douglas com o vetor de variáveis que explicam a ineficiência técnica das propriedades. O valor crítico da estatística do teste é obtido da tabela de Kodde e Palm (Kodde & Palm, 1986).

Para testar se os produtores pertencentes a diferentes regiões brasileiras compartilham da mesma tecnologia, aplica-se o Teste Razão de Verossimilhança, formulado por Battese et al. (2004) - ver Equação (8). Sendo que a hipótese nula (H_0) deste teste expressa que as fronteiras de produção dos grupos de propriedades são as mesmas (há uma única fronteira de produção para todas as regiões). A hipótese alternativa (H_1) é de que as fronteiras de cada grupo de propriedades são distintas. A rejeição da hipótese nula aponta que o modelo metafronteira pode ser estimado. Os graus de liberdade são calculados com base na diferença entre o número de parâmetros estimados em H_0 e H_1 . O valor crítico da estatística do teste é obtido da tabela de distribuição de Qui-Quadrado.

3 Metodologia

Os dados utilizados neste artigo se referem aos produtores de leite assistidos pelo Programa de Assistência Técnica e Gerencial (ATeG) do Sistema Nacional de Aprendizagem Rural (Senar) no ano de 2021. O Senar, uma paraestatal, oferece serviços gratuitos de assistência técnica via o ATeG, criado em 2013, para 31 cadeias produtivas, sendo a bovinocultura leiteira a que tem maior adesão a este programa. Em 2021, por exemplo, a ATeG/Senar assistiu a 5.496 propriedades leiteiras situadas em 21 estados brasileiros. O número de observações considerado no modelo econométrico deste artigo é, no entanto, menor, total de 4.767 propriedades (sendo que 13% das informações foram excluídas), pois, com a finalidade de remover possíveis *outliers* da base, foram adotados alguns tratamentos, como retirar propriedades que não apresentavam produção de leite, ou ausência de informação sobre o número de vacas ordenhadas e propriedades com informações duplicadas.

No Quadro 1 tem-se as variáveis utilizadas na construção da fronteira estocástica para o Brasil (Modelo I), da fronteira estocástica para as regiões brasileiras usando *dummies* (para representar as regiões Norte, Nordeste, Sudeste, Sul e Centro-Oeste frente à Região Sul – Modelo II), na estimação da fase I do modelo de metafronteira estocástica para as regiões (Modelo III).

Quadro 1. Variáveis utilizadas nos modelos.

Variáveis	Unidade de medida	Modelo	Aplicação	Fonte
Quantidade produzida de leite de vaca	Litros	Fronteira, Metafronteira	Função de Produção e explicação da eficiência ambiental	ATeG Senar
Área total da propriedade	Hectares	Fronteira e Metafronteira	Função de Produção	ATeG Senar
Despesas com mão de obra (pessoal)	Reais	Fronteira e Metafronteira	Função de Produção	ATeG Senar
Despesas com suplementação alimentar (sal, ração, etc.)	Reais	Fronteira e Metafronteira	Função de Produção	ATeG Senar
Capital (s/ terra)	Reais	Fronteira e Metafronteira	Função de Produção	ATeG Senar
Emissões de metano	kgCO ₂ eq	Fronteira e Metafronteira	Função de Produção	Calculada
Despesas com medicamentos	Reais	Fronteira e Metafronteira	Explicação da Ineficiência	ATeG Senar
Idade do administrador (a) da propriedade em 2021	Anos	Fronteira e Metafronteira	Explicação da Ineficiência	ATeG Senar
Escolaridade administrador (a) da propriedade	1 = Ensino Fundamental para baixo; 0 = Ensino médio para cima	Fronteira e Metafronteira	Explicação da Ineficiência	ATeG Senar
Tempo pelo qual a propriedade está recebendo a ATeG	1 = Propriedades com mais de 1 ano; 0 = Propriedades iniciantes no programa menos de 1 ano	Metafronteira	Explicação do <i>gap</i> tecnológico	ATeG Senar
Regiões Brasileiras	1 = Norte; 2 = Nordeste; 3 = Sudeste; 4 = Sul; 5 = Centro-Oeste	Fronteira, Metafronteira	Separar grupos de produtores por região	Construído pelos autores

Fonte: Elaborado pelos autores.

Nota: Além das variáveis apresentadas no Quadro 1, foram testadas nos modelos de fronteira estocástica para explicar a ineficiência técnica as variáveis despesas administrativas e despesas com energia e combustível. Entretanto, os resultados dessas estimativas não foram satisfatórios em termos estatísticos, pois alguns coeficientes não apresentaram significância estatística e/ou apresentaram sinais opostos aos esperados.

Além de considerar as variáveis explicativas da fronteira estocástica de produção (área, mão de obra, capital, suplementação e emissões) – seguindo o adotado, por exemplo, por Brito (2016), Kumbhakar et al. (2015), Nascimento et al. (2012) e Alem et al. (2019) – este texto se propõe também a analisar os fatores que explicam a ineficiência técnica. Para os autores citados, assume-se que a ineficiência pode ter um comportamento heterocedástico. Por isso, ao se incluir variáveis referentes às características das propriedades, dos produtores, de boas práticas, do cuidado com o bem-estar do rebanho e do ambiente, pode-se obter estimativas mais precisas.

Com relação ao insumo ambiental indesejável, utilizou-se neste trabalho a variável emissão de gás metano (CH_4) oriunda do processo de fermentação entérica das vacas em lactação. A emissão de metano é tratada como insumo comum da função de produção, em que o pressuposto adotado é que não é possível que ocorra a produção de leite sem que alguma quantidade de poluente seja emitida pelas vacas (apesar do pressuposto de que a melhoria técnica da pecuária permita a menor emissão de CH_4 por litro de leite produzido).

Na presente pesquisa, adotou-se o método *Tier 1* (Equação 9) para a estimativa da emissão de metano de cada propriedade amostrada.

$$Z_i = EF \times \left(\frac{\text{Vacas ordenhadas}}{10^6} \right) \quad (9)$$

Em que Z_i é a quantidade de metano emitida por cada propriedade, mensurada em GgCO_2eq (transformado em kg), e EF é o fator de emissão: sendo que produtividade de até 1.500 kg/vaca/ano gera fator de emissão de 78 kg CH_4 /animal/ano; produtividade de 1.501 até 2.500 kg/vaca/ano gera fator de emissão de 87 kg CH_4 /animal/ano; e produtividade acima de 2.500 kg/vaca/ano, gera fator de emissão de 103 kg CH_4 /animal/ano (Intergovernmental Panel on Climate Change, 2019).

Esse método utiliza fatores de emissão previamente escolhidos por outros estudos, considerando ele ser suficiente, ainda que não perfeito, para mensurar as emissões da maioria dos tipos de animais (por exemplo, bovinos, equinos e ovinos), na maioria dos países. Além disso, o método *Tier 1* apresentado pelo IPCC (Intergovernmental Panel on Climate Change, 2019) foi o escolhido devido à base de dados do Programa ATeG não conter todas as informações necessárias para o cálculo, por exemplo, de teor de gordura, taxa de prenhes, digestibilidade, consumo médio de alimento, composição da dieta dos animais, peso vivo do animal, raça do animal e práticas de manejo (Intergovernmental Panel on Climate Change, 2019).

4 Resultados e Discussão

4.1 Estimativas das funções estocásticas e da metafronteira

As Tabelas 1, 2 e 3 apresentam as estimativas de três modelos de fronteira estocástica adotando, alternativamente, a forma funcional de Cobb-Douglas ou de Translog. Há, portanto, seis estimativas da fronteira estocástica, a saber: Modelo I (fronteira de produção simples, em que se considera uma única fronteira estocástica para todos os produtores de leite da amostra) com forma funcional Cobb-Douglas ou Translog; Modelo II (fronteira de produção com *dummies* representando as macrorregiões brasileiras) com forma funcional Cobb-Douglas ou Translog; e, Modelo III (metafronteira de produção, que assume haver heterogeneidade na adoção de tecnologia pelos produtores de leite segundo a região em que se situam) com forma funcional Cobb-Douglas ou Translog.

Tabela 1. Resultados da fronteira estocástica – variável dependente é produção de leite.

Variáveis	Fronteira Estocástica Simples (Modelo I)				Fronteira Estocástica com <i>Dummy</i> (Modelo II)			
	Translog		Cobb-Douglas		Translog		Cobb-Douglas	
	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão
Fronteira de Produção								
Área Total	0,087661 ^{NS}	0,0713073	-0,078219*	0,007193	0,0220849 ^{NS}	0,0693422	-0,0356126*	0,0072729
Mão de Obra	-0,2367939*	0,077488	0,1365045*	0,0100439	-0,2438761*	0,0743723	0,1278482*	0,0097193
Despesas com Suplementação	0,329732*	0,0481271	0,2608135*	0,0043331	0,3384821*	0,0466627	0,2421817*	0,0043556
Capital	-0,022589***	0,0129424	0,0011491 ^{NS}	0,0011077	-0,0269608**	0,0124406	-0,002743**	0,0011071
Emissões de CH ₄	0,161034***	0,0909186	0,7201508*	0,0107546	0,1370779 ^{NS}	0,087667	0,7080018*	0,0105836
Área Total ao quadrado	-0,021007**	0,0088119			-0,0193427**	0,0084953		
Mão de Obra ao quadrado	0,0493491*	0,0121776			0,0501043*	0,0118103		
Despesas com Suplementação ao quadrado	0,1092118*	0,0042642			0,1033338*	0,0042302		
Capital ao quadrado	-0,0005576 ^{NS}	0,0010969			0,001429 ^{NS}	0,0010586		
Emissões de CH ₄ ao quadrado	0,1323733*	0,0195297			0,1459425*	0,0189287		
Área Total X Mão de Obra	0,0152442 ^{NS}	0,0099377			0,0154827 ^{NS}	0,0096279		
Área Total X Despesas com Suplementação	0,0046407 ^{NS}	0,0049228			0,0088416***	0,0048478		
Área Total X Capital	0,000055 ^{NS}	0,0011311			0,0002883 ^{NS}	0,0010916		
Área Total X Emissões de CH ₄	-0,0372936*	0,0117265			-0,0307713*	0,0113304		
Mão de Obra X Despesas com Suplementação	-0,0501549*	0,0065564			-0,0458299*	0,0064518		
Mão de Obra X Capital	-0,0006036 ^{NS}	0,0017305			0,0006302 ^{NS}	0,001674		
Mão de Obra X Emissões de CH ₄	0,0432154*	0,0121678			0,036705*	0,0119282		
Despesas com Suplementação X Capital	0,0026731*	0,0007972			0,0013194***	0,0007792		
Despesas com Suplementação X Emissões de CH ₄	-0,0809447*	0,0070032			-0,0841832*	0,0067683		
Capital X Emissões de CH ₄	0,0007603 ^{NS}	0,0019033			-0,0007165 ^{NS}	0,0018396		
Norte					-0,324469*	0,0307302	-0,4344482*	0,0333344
Nordeste					-0,2127291*	0,0178476	-0,2765584*	0,019859
Sudeste					-0,3593748*	0,0184945	-0,4547849*	0,0204106
Centro-Oeste					-0,157885*	0,0194123	-0,3020124*	0,0207334
Constante	5,037179*	0,3841242	1,913722*	0,0757842	5,482586*	0,3688426	2,406315*	0,0799015
Variáveis explicativas da Ineficiência Técnica								
Despesas com Medicamentos	-6,707831*	2,440384	-6,284513*	2,170121	-7,156322*	2,208454	-7,130409**	3,115278
Idade	1,88397*	0,66563	1,844523*	0,6083344	1,767936*	0,5346283	1,620396**	0,688441
Escolaridade	7,587031 ^{NS}	5,954504	8,286549 ^{NS}	6,604478	7,757338 ^{NS}	5,80312	7,686386 ^{NS}	7,068412
Constante	-218,9166*	76,05414	-222,4735*	7,105821	-210,147*	61,5503	-204,7398**	85,21091

Fonte: Elaborado pelos autores, a partir das estimações econométricas. Significância: Estatisticamente significativa nos intervalos de confiança de * 99%, ** 95% e *** 90%, ^{NS} não significativo.

Tabela 1. Continuação...

Variáveis	Fronteira Estocástica Simples (Modelo I)				Fronteira Estocástica com <i>Dummy</i> (Modelo II)			
	Translog		Cobb-Douglas		Translog		Cobb-Douglas	
	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão
Usigma								
Constante	3,689134*	0,3420859	3,683985*	0,3130261	3,675298*	0,2863934	3,656449*	0,4121159
Vsigma								
Constante	-2,517835*	0,0352989	-2,100672*	0,032355	-2,629247*	0,0357161	-2,229281*	0,0322312
sigma_u	6,32536*	1,081908	6,309097*	0,987456	6,281751*	0,8995259	6,222829*	1,282263
sigma_v	0,2839612*	0,0050118	0,3498203*	0,0056592	0,2685754*	0,0047962	0,328033*	0,005286
Lambda	22,27544*	1,08208	18,03525*	0,987741	23,38915*	0,8997324	18,97012*	1,282433
Log likelihood	-2204,784		-2794,016		-2013,254		-2546,660	
Observações	4.767		4.767		4.767		4.767	

Fonte: Elaborado pelos autores, a partir das estimações econométricas. Significância: Estatisticamente significativa nos intervalos de confiança de * 99%, ** 95% e *** 90%, ^{NS} não significativo.

Os testes de razão de verossimilhança, Critério de Informação de *Akaike* (AIC) e o Critério Bayesiano de *Schwarz* (BIC) indicam, de maneira geral, que a fronteira de produção com uso da forma funcional Translog é a mais adequada para estimar as três abordagens de fronteira estocástica. Entretanto, devido às diferenças nos sinais, nos valores e na significância estatística dos coeficientes estimados, os resultados para as duas formas funcionais (Cobb-Douglas e Translog) são expostos a fim de identificar se há também diferença nos escores de eficiência. Os parâmetros foram obtidos via o método de máxima verossimilhança e estimados com uma distribuição normal truncada.

O teste da razão de verossimilhança (LR), ao nível de 1% de significância, e os critérios AIC e BIC levam a rejeitar a hipótese nula de que a estimativa por Mínimos Quadrados Ordinários (MQO) é a mais adequada para relacionar os dados, indicando o uso dos modelos de fronteira estocástica. Também, foi realizado o teste razão de verossimilhança (LR) sobre a presença de ineficiência, o qual não aceitou a hipótese nula, ao nível de 1% de significância, de que nos modelos estimados não há componente de ineficiência técnica.

Validada a presença de ineficiência, foi incorporado na estimação das fronteiras estocásticas o vetor de variáveis que explicam a ineficiência técnica das propriedades, de forma a obter os escores de eficiência técnica sem possível viés. O teste de razão de verossimilhança (LR) indica o uso do modelo Translog ou Cobb-Douglas com o vetor de variáveis que explicam a ineficiência técnica das propriedades. Diante disso, estimam-se as três abordagens (fronteira estocástica simples, fronteira estocástica simples com *dummies* regionais e metafronteira estocástica) usando o vetor com as variáveis despesas com medicamento, escolaridade e idade para explicar a ineficiência.

As estimativas dos Modelos I e II (Tabela 1) utilizando as formas funcionais Translog e Cobb-Douglas não geram, necessariamente, os mesmos resultados quanto aos sinais, magnitudes e significância estatística dos coeficientes obtidos. A fronteira estocástica simples (Modelo I) estimada com a forma funcional Cobb-Douglas apresenta sinais para os coeficientes mais alinhados com o esperado na literatura econômica – ou seja, sinal positivo para os coeficientes associados aos insumos de produção trabalho e capital (exceto terra). No entanto, nem todos os coeficientes são estatisticamente significativos. Na fronteira estocástica com *dummies* regionais (Modelo II – Tabela 1), estimada com a forma funcional Cobb-Douglas, apresenta coeficiente com sinal positivo para o insumo trabalho, despesas com suplementação alimentar e emissões de CH₄, sendo que os coeficientes associados às variáveis terra e capital apresentam sinal negativo.

Tabela 2. Resultados da metafronteira estocástica (Modelo III) – usando Cobb-Douglas – variável dependente é produção de leite.

Variáveis	Fase I						Fase II					
	Norte		Nordeste		Sudeste		Sul		Centro-Oeste		Metafronteira	
	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão
Fronteira de Produção												
Área Total	-0,0747376*	0,0263652	-0,048350*	0,011004	-0,035016**	0,016177	0,055758*	0,014838	-0,0144508 ^{NS}	0,018677	-0,0732253*	0,002570
Mão de Obra	0,2077253*	0,0368767	0,117250*	0,015671	0,175666*	0,027101	0,135854*	0,017208	0,1167291*	0,021136	0,1331961*	0,003583
Capital	-0,0417271*	0,0096021	-0,00402***	0,002083	-0,003139 ^{NS}	0,002235	0,001570 ^{NS}	0,001502	-0,0060305**	0,002341	0,0009414**	0,00044
Despesas com Suplementação	0,1541122*	0,0177661	0,222208*	0,006004	0,280771*	0,011869	0,277985*	0,014395	0,2686756*	0,013025	0,2554624*	0,001614
Emissões de CH ₄	0,7930303*	0,0302397	0,670420*	0,016731	0,748837*	0,024783	0,770785*	0,028929	0,6250396*	0,028026	0,7133595*	0,003918
Constante	1,484227*	0,278046	2,715147*	0,118582	0,767893*	0,204183	107,567*	0,159529	2,523497*	0,175375	2,094758*	0,028091
Variáveis explicativas da Ineficiência Técnica												
Despesas com Medicamentos	-6,550676 ^{NS}	12,98766	-4,03902 ^{NS}	2,771665	-8,368,954 ^{NS}	9,911234	-6,18149***	3,714123	-13,47119 ^{NS}	22,61658		
Idade	1,546 ^{NS}	3,065583	2,51826***	1,263275	1,788078 ^{NS}	2,133848	0,960930 ^{NS}	0,624977	0,2551679 ^{NS}	0,727245		
Escolaridade	-37,11437 ^{NS}	78,88206	31,1936***	18,76403	6,853252 ^{NS}	15,93256	28,37491 ^{NS}	19,03553	-41,61485 ^{NS}	71,45443		
Tempo ATeG												
Constante	-210,221 ^{NS}	404,4143	-325,1844**	157,7359	-200,6212 ^{NS}	238,0265	-106,2292 ^{NS}	66,266	-87,61648 ^{NS}	154,4158	-0,0488905 ^{NS}	0,125546
Usigma												
Constante	3,722884**	1,902746	3,970181*	0,478573	3,559867*	1,16442	2,626857	0,581607	3,888155**	1,672758	-2,961677*	1,007165
Vsigma												
Constante	-2,607595*	0,1444327	-2,019895*	0,049581	-2,259658*	0,076449	-3,368153	0,081280	-2,436618*	0,099829	-3,996125*	0,062570
sigma_u	6,433005 ^{NS}	6,120186	7,279707*	1,741938	5,929463***	3,452192	3,718903	1,08147	6,987183 ^{NS}	5,843934	0,2274469**	0,114538
sigma_v	0,2714988*	0,0196067	0,364238*	0,009029	0,3230885*	0,012349	0,1856158	0,007543	0,2957299*	0,014761	0,1355578*	0,004242
Lambda	23,69441*	6,120618	19,98612*	1,742365	18,35244*	3,452495	20,03549	1,081889	23,62691*	5,844086	1,677365*	0,112750
Log likelihood		-124,450		-1274,627		-443,9654		13,4285		-387,303		2169,0552
Observações		296		1,993		882		776		820		4767

Fonte: Elaborado pelos autores, a partir das estimações econométricas. Significância: Estatisticamente significativo nos intervalos de confiança de * 99%, ** 95% e *** 90%. ^{NS} não significativo.
Nota: Na metafronteira não é incorporado as variáveis que explicam a ineficiência (despesa com medicamentos, idade e escolaridade), pois elas são inseridas nas estimativas fronteira estocástica de cada macrorregião.

Tabela 3. Resultados da metafronteira estocástica (Modelo III) – usando Translog – variável dependente é produção de leite.

Variáveis	Fase I					Fase II						
	Norte		Nordeste		Sudeste		Sul		Centro-Oeste		Metafronteira	
	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão	Coefficiente	Erro Padrão
Área Total	0,464011 ^{NS}	0,31452	0,025974 ^{NS}	0,10396	0,220153 ^{NS}	0,21721	0,25691	-0,028144 ^{NS}	0,18843	0,006998 ^{NS}	0,02877	0,03203
Mão de Obra	0,4748633 ^{NS}	0,63118	-0,200069 ^{NS}	0,12203	-0,859225 ^{**}	0,38185	0,33400	0,009036 ^{NS}	0,18819	-0,214620 [*]	0,03203	0,01941
Despesas com Suplementação	0,4762934 ^{**}	0,28111	0,423196 ^{**}	0,07620	0,2856491 ^{**}	0,17091	0,21272	0,1150734 ^{NS}	0,15149	0,337026 [*]	0,00524	0,03508
Capital	-0,0883638 ^{NS}	0,18596	-0,0201082 ^{NS}	0,02264	-0,0440993 ^{NS}	0,03067	0,02746	-0,051859 ^{**}	0,02546	-0,0089702 ^{**}	0,00365	0,00490
Emissões de CH ₄	0,4116931 ^{NS}	0,37043	-0,1076362 ^{NS}	0,12982	1,59631 [*]	0,32682	0,43162	0,7313876 ^{**}	0,32654	0,0831694 ^{**}	0,00365	0,00490
Área Total ao quadrado	-0,1026252 ^{**}	0,04015	-0,0219122 ^{NS}	0,01334	0,0277352 ^{NS}	0,01934	0,02599	-0,0104917 ^{NS}	0,02538	-0,0223227 [*]	0,00365	0,00490
Mão de Obra ao quadrado	0,0046242 ^{NS}	0,10292	0,0246703 ^{NS}	0,01560	0,2201169 [*]	0,06069	0,04722	0,047687 ^{NS}	0,02244	0,0351482 [*]	0,00365	0,00490
Despesas com Suplementação ao quadrado	0,069316 [*]	0,02507	0,1037096 [*]	0,00575	0,1588336 [*]	0,01354	0,02730	0,3151794 [*]	0,01780	0,1036983 [*]	0,00155	0,00046
Capital ao quadrado	0,0102946 ^{NS}	0,01320	-0,0000481 ^{NS}	0,00172	0,0037142 ^{NS}	0,00310	0,00144	0,0016985 ^{NS}	0,00212	-0,0006886 ^{NS}	0,00046	0,00046
Emissões de CH ₄ ao quadrado	0,0245525 ^{NS}	0,06215	0,1203679 [*]	0,02906	0,2372986 [*]	0,04719	0,10779	0,5516744 [*]	0,04950	0,1176236 [*]	0,00761	0,00402
Área Total X Mão de Obra	-0,0216122 ^{NS}	0,04322	0,0320785 ^{**}	0,01418	-0,0017494 ^{NS}	0,03043	0,02793	0,0168194 ^{NS}	0,02418	0,0217702 [*]	0,00402	0,00195
Área Total X Despesas com Suplementação	-0,017657 ^{NS}	0,02387	0,0013179 ^{NS}	0,00687	0,0120075 ^{NS}	0,01267	0,02316	0,0710709 [*]	0,01777	0,0067739 [*]	0,00195	0,00046
Área Total X Capital	-0,0016282 ^{NS}	0,01747	0,0045718 ^{**}	0,00192	-0,0030913 ^{NS}	0,00242	0,00261	-0,0057408 ^{**}	0,00297	0,0009644 ^{**}	0,00046	0,00046
Mão de Obra X Emissões de CH ₄	0,0367328 ^{NS}	0,04023	-0,0474636 [*]	0,01754	-0,0615354 ^{NS}	0,02891	0,05179	-0,1159613 ^{**}	0,03504	-0,0373543 [*]	0,00450	0,00256
Despesas com Suplementação X Mão de Obra X Capital	-0,0575919 ^{NS}	0,03589	-0,057842 [*]	0,01026	-0,0487818 ^{**}	0,02335	0,02299	-0,0932135 [*]	0,01957	-0,050573 [*]	0,00256	0,00071
Mão de Obra X Emissões de CH ₄	0,0132823 ^{NS}	0,03421	0,0014203 ^{NS}	0,00304	0,004568 ^{NS}	0,00441	0,00304	0,0008438 ^{NS}	0,00337	-0,0021835 [*]	0,00071	0,00046
Despesas com Suplementação X Capital	0,0293774 ^{NS}	0,05628	0,0772142 [*]	0,01745	-0,1012834 ^{**}	0,04521	0,05352	0,0791012 ^{NS}	0,03714	0,0575858 [*]	0,00471	0,00033
Despesas com Suplementação X Emissões de CH ₄	-0,0073285 ^{NS}	0,01136	0,003626 [*]	0,00129	0,0006246 ^{NS}	0,00200	0,00252	-0,0010163 ^{NS}	0,00213	0,0023985 [*]	0,00033	0,00074
Capital X Emissões de CH ₄	-0,0126078 ^{NS}	0,03451	-0,006463 ^{**}	0,00342	-0,0030762 ^{NS}	0,00420	0,00508	-0,4212839 [*]	0,02174	-0,0765006 [*]	0,00074	0,00076
Constante	-0,8211403 ^{NS}	2,23197	5,467581 [*]	0,64310	2,432461 [*]	1,417151	1,52590	-0,5887422 ^{NS}	1,14972	5,415986 [*]	0,15846	0,1888558
Variáveis explicativas da Ineficiência Técnica												
Despesas com Medicamentos	-6,887891 ^{NS}	13,55299	-3,651864 ^{NS}	2,769367	-9,743841 ^{NS}	7,079283	3,02929	-7,044486 ^{**}	0,5948936	-0,5825674 ^{NS}	5,681781	0,411769
Idade	1,43664 ^{NS}	2,869747	2,681237 ^{**}	1,597081	1,650931 ^{NS}	1,219282	0,44762	0,8385878 ^{**}	0,301012	0,232836 ^{NS}	1,569853	0,1888558
Escolaridade	-35,55017 ^{NS}	75,95003	26,48384 ^{NS}	18,28103	15,98849 ^{NS}	17,88167	14,9136	28,67477 ^{**}	1,569853	-1,419808 ^{NS}	4,187187	0,1888558
Tempo ATeG	-201,7876 ^{NS}	388,4315	-322,7278 ^{**}	190,0676	-205,1952	145,1303	45,9382	-99,55994 ^{**}	1,087508	-2,408755 ^{NS}	1,14972	0,1888558
Constante	3,69523 ^{**}	1,900615	3,889371 [*]	0,5840885	3,742067	0,6832485	0,40104	2,699217 [*]	1,087508	-1,735651 [*]	0,1888558	0,1888558
Usigma												
Vsigma												
Constante	-2,723642 [*]	0,1532154	-2,44283 [*]	0,0543544	-2,726153	0,0810779	0,08537	-3,718669 [*]	0,178433	-4,022334 [*]	0,030117	0,030117
sigma_u	6,34467 ^{NS}	6,029388	6,991434 [*]	2,041808	6,495006	2,218852	0,77319	3,855915 [*]	0,788249	1,449643 ^{**}	0,0396464	0,0396464
sigma_v	0,2561938 [*]	0,0196264	0,2948127 [*]	0,0080122	0,2558724	0,0103728	0,00664	0,1557763 [*]	0,1988158 [*]	0,1338324 [*]	0,0020153	0,0020153
Lambda	24,76512 [*]	6,029942	23,71483 [*]	2,042063	25,38377	2,219261	0,77369	7,291387 [*]	0,177900	3,137234 [*]	0,0401552	0,0401552
Log likelihood	-112,166	296	-998,678	1,993	882	-335,468	98,442	24,7529 [*]	-294,463	2230,626	4767	4767
Observações												

Fonte: Elaborado pelos autores, a partir das estimações econométricas. Significância: Estatisticamente significativo nos intervalos de confiança de *99%, **95% e ***90%, NS não significativo.

Por outro lado, utilizando a fronteira estocástica simples (Modelo I) e com *dummies* regionais (Modelo II), mas a forma funcional Translog, os coeficientes associados a algumas variáveis apresentam sinais inversos aos obtidos usando a função Cobb-Douglas (como, por exemplo, mão de obra e capital), o que pode estar atrelado à propriedade da Translog em captar as relações entre os insumos – se são insumos substitutos ou complementares entre si. Por exemplo, o coeficiente positivo do cruzamento entre a variável suplementação alimentar e capital (quando estatisticamente significativo) indica que ambos são bens complementares, sendo que com mais investimentos em máquinas e equipamentos o produtor conseguirá produzir suplementação alimentar (por exemplo, ração/feno animal) para o seu rebanho em sua propriedade. Para Brito (2016), a grande diferença entre as estimativas usando as formas funcionais Translog e Cobb-Douglas está no fato de a Translog possibilitar a análise das inter-relações dos insumos de produção.

Na Tabela 1, referente ao Modelo II, percebe-se que os coeficientes associados às regiões Norte, Nordeste, Sudeste e Centro-Oeste, incluídas no modelo como *dummies*, apresentam sinais negativos e são estatisticamente significantes ao nível de 1%, em ambas as formas funcionais estimadas (Cobb-Douglas e Translog). Esse resultado indica que os pequenos produtores de leite, atendidos pela ATeG-Senar em 2021 e situados nas demais regiões do Brasil, quando comparados com os que estão na região Sul, apresentam, em média, menores níveis de produção de leite quando se usam as mesmas quantidades de insumos. Isto condiz com os dados do Censo Agropecuário de 2017 (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2017), que mostram que os estabelecimentos agropecuários com maior produtividade de leite e que apresentaram área total de até 50 hectares estavam localizados nos estados do Rio Grande do Sul (obtendo produtividade de 4.051 litros/vaca/ano), em Santa Catarina (com 3.943 litros/vaca/ano) e no Paraná (com 3.471 litros/vaca/ano).

Para obter o Modelo III, realizaram-se, inicialmente, a estimação das dez fronteiras estocásticas⁶ de forma separada (fase I do Modelo III) e realiza-se o teste para verificar se os grupos apresentam diferenças tecnológicas. Proceda-se de tal modo a fim de identificar a potencial presença de heterogeneidade de adoção de tecnologia entre os produtores de leite das diferentes regiões brasileiras e, assim, fazer a estimação da metafronteira estocástica. Utilizando o teste proposto por Battese et al. (2004), Equação (8), não se aceita a hipótese nula (H_0), ao nível de 1% de significância estatística, de que as fronteiras de produção dos grupos de propriedades são as mesmas. Portanto, há heterogeneidade na tecnologia produtiva empregada nas propriedades leiteiras localizadas em diferentes regiões brasileiras e isto sugere que qualquer comparação de eficiência entre as cinco regiões brasileiras deva ser realizada em relação à metafronteira estocástica.

Com esse resultado de heterogeneidade, realiza-se a análise da metafronteira dos produtores de leite (fase II do Modelo III), seguindo a metodologia proposta por Huang et al. (2014), Reinhard et al. (1999) e Abdulai & Abdulai (2017). Utilizaram-se as formas funcionais Cobb-Douglas e Translog e o vetor variáveis que explicam a ineficiência. As Tabelas 2 e 3 contêm os resultados do modelo de fronteira estocástica para os grupos produtores de leite de cada macrorregião brasileira (fase I do Modelo III), e que são necessários para a estimação da metafronteira (fase II do Modelo III). A metafronteira, além de apresentar os coeficientes da função de produção, permite calcular o *gap* tecnológico entre a fronteira estocástica de cada grupo de produtores de leite e a metafronteira. As variáveis foram transformadas em logaritmo natural (exceto escolaridade, idade e a variável *dummy* referente ao tempo de recebimento de ATeG).

⁶ As dez estimativas referem-se às cinco estimativas de fronteira estocástica de cada macrorregião brasileira usando forma funcional Translog e às cinco estimativas de fronteira estocástica de cada macrorregião usando forma funcional Cobb-Douglas.

As estimativas do Modelo III utilizando as formas funcionais Cobb-Douglas e Translog, e apresentadas nas Tabelas 2 e 3, respectivamente, evidenciam que as fronteiras estocásticas dos produtores de leite de cada região brasileira apresentam diferenças quanto aos sinais, magnitudes e significância estatística dos coeficientes obtidos. Observa-se, como constatado pelo teste proposto por Battese et al. (2004), que as fronteiras de produção dos grupos de propriedades são diferentes, corroborando com a pressuposição deste artigo de que os níveis tecnológicos dos pequenos produtores de leite no Brasil são heterogêneos entre as macrorregiões do país. Por exemplo, os coeficientes da variável área total e capital no modelo usando Cobb-Douglas (Tabela 2), as regiões Norte, Nordeste, Sudeste e Centro-Oeste apresentam sinal negativo e a região Sul sinal positivo. No modelo III usando Translog (Tabela 3), por exemplo, somente a região Centro-Oeste apresenta coeficiente de área total com sinal negativo, e os coeficientes da variável mão de obra apresentaram sinal positivo para as estimativas das regiões Norte, Sul e Centro-Oeste e com sinal negativo para as regiões Nordeste e Sudeste.

Nos Modelos I, II e III estimados com o uso da forma funcional Cobb-Douglas (Tabelas 1 e 2 – exceto a estimativa do Modelo III para a região Sul), o coeficiente associado à variável área total apresentou sinal negativo, sugerindo que reduções na área da propriedade aumentam a produção de leite. A redução da área decorre dos ganhos de produtividade da terra, ou seja, pastagens de melhor qualidade e uso de concentrados na alimentação do rebanho (Brito, 2016; Nascimento et al., 2012; Silva & Bragagnolo, 2018). Nos Modelos I, II e III utilizando a Translog, o coeficiente associado à variável área total tem sinal positivo, mas não é estatisticamente significativo.

Uma das variáveis com maior impacto positivo na elasticidade total da produção de leite (ver resultados dos Modelos I, II e III na forma funcional da Translog), é a referente às despesas com suplementação alimentar do rebanho. As despesas médias anuais com suplementação alimentar (sal, ração, etc.) do rebanho foram avaliadas em R\$ 54 mil por propriedade. Trata-se do maior gasto individual das propriedades e um dos principais componentes dos custos de produção da pecuária leiteira. Este resultado é consistente com outros estudos, tais como os de Moreira; Bravo-Ureta, 2010; Nascimento et al., 2012; Silva; Bragagnolo, 2018.

Os coeficientes associados à variável emissões de CH_4 , considerada no modelo como variável ambiental indesejada, apresentam, de modo geral, relação positiva com a produção de leite em todas os modelos estimados. Isto indica que é impossível ocorrer produção de leite sem que alguma quantidade de metano seja emitida pelas vacas, corroborando com os estudos de Reinhard et al. (1999), Dayananda (2016) e Silva & Bragagnolo (2018) que também identificaram esta relação positiva entre as variáveis.

Nos modelos estimados com a forma funcional Translog (Tabelas 1 e 3), os coeficientes de primeira ordem associados à variável capital apresentam sinal negativo. Ao se analisar, entretanto, a interação desta variável (capital) com as demais variáveis é possível identificar, quando o coeficiente desta interação é estatisticamente significativo, a relação positiva da variável capital com suplementação alimentar e com a área total, pois eles são insumos complementares que elevam a produção de leite. Por outro lado, os modelos citados indicam que os coeficientes de interação entre capital e mão de obra, quando estatisticamente significativos, apresentam sinal negativo, indicando eles serem insumos substitutos. Ou seja, quanto mais máquinas e equipamentos o produtor possuir, menos pessoas ele irá precisar para produzir leite.

Nos Modelos I, II e III e usando a forma funcional Translog (ver Tabelas 1 e 3), os coeficientes de primeira ordem associados à variável mão de obra, quando estatisticamente significativos, também apresentam sinal negativo. Quando analisada, no entanto, a interação da mão de obra com a área total, seus coeficientes (quando estatisticamente significativos) têm sinal positivo, indicando-os serem insumos complementares – ou seja, quanto maior é a área total mais mão de obra será necessária, haja vista a necessidade de maior cuidado com a pastagem.

Os coeficientes de interação entre a mão de obra e a suplementação alimentar (também quando estatisticamente significativos) são negativos, indicando que são bens substitutos. Isto porque, com maior suplementação alimentar (sal, ração, etc) menos mão de obra será necessária para conduzir as atividades vinculadas à produção de leite, tais como o pastejo rotacionado do rebanho leiteiro. Brito (2016), Cuesta (2000) e Moreira & Bravo-Ureta (2010), ao estimarem os modelos de fronteiras estocástica Translog, também identificaram semelhantes interações de mão de obra e do capital com área e suplementação alimentar.

Os coeficientes associados às variáveis explicativas do termo de ineficiência técnica dos pequenos produtores de leite analisados (Modelos I, II e III) indicam, quando estatisticamente significativos, que aumentos nas despesas com medicamentos (que apresente coeficiente com sinal negativo) reduzem a ineficiência técnica dos produtores de leite, e que, quanto maior é a idade do produtor (coeficiente com sinal positivo), maior é a ineficiência técnica, uma vez que, quanto maior é a idade do produtor, menor tende a ser a sua adesão a novas tecnologias; estando ambas as variáveis com sinais dos coeficientes em conformidade ao que foi esperado e similar ao que foi observado por Brito (2016), Travassos et al. (2016), Reinhard et al. (2002) e Urdiales et al. (2016). O coeficiente associado à variável que mensura escolaridade não foi, na maioria das regressões, estatisticamente significativo (ver Tabelas 1, 2 e 3).

Na estimativa da metafronteira estocástica (fase II do Modelo III, ver Tabelas 2 e 3), a variável *dummy* referente ao tempo durante o qual a propriedade está recebendo a ATEG foi utilizada para explicar o *gap* tecnológico entre os grupos de produtores de leite de diferentes regiões. O coeficiente associado a esta variável apresenta sinal negativo (mas sendo apenas estatisticamente significativo no Modelo III com uso da função Translog) indicando que quanto mais tempo os pequenos produtores de leite recebem a ATEG menor é a heterogeneidade tecnológica entre eles nas diferentes regiões brasileiras. Os pequenos produtores de leite, ao receberem assistência técnica, melhoram os índices zootécnicos de seus rebanhos (por exemplo, de bem-estar, de manejo nutricional e sanitários dos animais, de boas práticas na ordenha), refletindo em qualidade e quantidade de leite maior (Serviço Nacional de Aprendizagem Rural, 2022).

4.2 Valores das eficiências e metaeficiências técnica e ambiental

A partir das estimativas das fronteiras estocásticas dos três modelos (Tabelas 1, 2 e 3), obtêm-se os níveis de eficiência técnica e ambiental, a taxa de metatecnologia e as metaeficiências, que são apresentados na Tabela 4. Ressalta-se que os escores de eficiência ambiental⁷ (Equação 3) e da metaeficiência ambiental (Equação 7) somente são obtidos para os modelos com forma funcional Translog. Também são apresentados na Tabela 4 os valores médios da taxa de metatecnologia – MTR (que representa o *gap* tecnológico), a qual é utilizada para calcular as metaeficiências técnica e ambiental.

Observa-se pelos valores colocados na Tabela 4 que os modelos estimados não indicam o mesmo valor de escore médio para as eficiências técnica e ambiental. Por exemplo, com os produtores agrupados ao plano nacional, o Modelo I indica que a ET foi 0,789 quando usada a forma funcional Translog; o Modelo II indica a ET de 0,793; e o Modelo III evidencia metaeficiência técnica de 0,742. Essas diferenças também ocorrem quando se usa a forma funcional Cobb-Douglas, pela qual o Modelo I indica ET de 0,793, o Modelo II de 0,799 e o Modelo III aponta a metaeficiência técnica de 0,744. Esses resultados, nos informam que, independentemente da forma funcional, a metaeficiência (que só pode ser calculada no Modelo III) é menor que a eficiência técnica calculada nos Modelos I e II.

⁷ Reinhard et al. (1999) destacam que não é garantido que os escores de eficiência obtidos da Equação (3) seja não negativos. Na presente pesquisa não foi considerado os escores de eficiência ambiental de 220 propriedades (4,6% do total).

Tabela 4. Valores médios das eficiências técnica e ambiental, da taxa de metatecnologia e das metaeficiências para o Brasil e suas regiões.

Modelo	Indicador	Translog					
		Brasil	Norte	Nordeste	Sudeste	Sul	Centro-Oeste
Modelo I (Fronteira Estocástica Simples)	Eficiência técnica	0,789	0,754	0,782	0,745	0,857	0,803
	Eficiência ambiental	0,674	0,669	0,661	0,612	0,754	0,696
Modelo II (Fronteira Estocástica com <i>dummy</i>)	Eficiência técnica	0,793	0,772	0,780	0,789	0,836	0,795
	Eficiência ambiental	0,675	0,696	0,658	0,672	0,709	0,681
Modelo III (Metafronteira Estocástica)	Eficiência técnica Intragrupos	0,795	0,795	0,783	0,799	0,870	0,749
	Eficiência ambiental Intragrupos	0,657	0,713	0,625	0,662	0,799	0,575
	Taxa de metatecnologia (MTR)	0,933	0,900	0,936	0,891	0,951	0,967
	Metaeficiência técnica	0,742	0,715	0,734	0,713	0,828	0,724
	Metaeficiência ambiental	0,641	0,652	0,607	0,625	0,808	0,581
Modelo	Indicador	Cobb-Douglas					
		Brasil	Norte	Nordeste	Sudeste	Sul	Centro-Oeste
Modelo I (Fronteira Estocástica Simples)	Eficiência técnica	0,793	0,772	0,789	0,751	0,859	0,793
Modelo II (Fronteira Estocástica com <i>dummy</i>)	Eficiência técnica	0,799	0,788	0,787	0,794	0,833	0,804
Modelo III (Metafronteira Estocástica)	Eficiência técnica Intragrupos	0,803	0,791	0,781	0,807	0,869	0,792
	Taxa de metatecnologia (MTR)	0,926	0,912	0,936	0,880	0,953	0,931
	Metaeficiência técnica	0,744	0,722	0,731	0,711	0,829	0,737

Fonte: Elaborados pelos autores, a partir das estimações econométricas apresentadas nas Tabelas 1, 2 e 3.

Os escores de eficiência técnica e ambiental apresentados na Tabela 4 (que no mínimo são de 0,742 e de 0,641, respectivamente; e no máximo são de 0,803 e de 0,675, respectivamente) estão próximos da média dos relatados por: Silva & Bragagnolo (2018), que constataram eficiências técnica (escore médio de 0,89) e ambiental (escore médio de 0,73); Campos et al. (2018), que evidenciam eficiência técnica média foi de 0,68 e a eficiência ambiental média foi de 0,45; Brito (2016), que encontrou a eficiência técnica média de 0,88; e, Travassos et al. (2016), que apontam que 67% dos produtores analisados alcançam eficiência técnica superior a 0,60.

No entanto, independente dos seis modelos de fronteira estocástica utilizados para estimar os escores das eficiências e metaeficiências técnica e ambiental apresentados na Tabela 4, observa-se que as eficiências e metaeficiências médias para cada região são diferentes da média nacional. Por exemplo, os escores médios das eficiências técnicas das macrorregiões brasileiras no Modelo I com uso da forma funcional Cobb-Douglas tiveram a média no Brasil de 0,793, mas com valor máximo na região Sul de 0,859 e o valor mínimo de 0,751 no Sudeste. Esta ordem de classificação das regiões, todavia, é passível de mudar, caso modelos diferentes sejam utilizados. Por exemplo, usando o Modelo II, e ainda empregando a forma funcional Cobb-Douglas, o Sul continua sendo a região com maior eficiência técnica (de 0,833), mas o Sudeste passa para a terceira colocação, com eficiência técnica de 0,794, ultrapassando Norte e Nordeste.

A região com maior nível de metaeficiência na produção leiteira, conduzida por pequenos produtores, é a Sul, servindo de exemplo para replicar conhecimento e tecnologias, por meio de programas público-privado que elevem os níveis de produção e sua eficiência. Os produtores localizados na região Sul se destacam pela maior produtividade (litros/vaca/ano), pelos elevados gastos com suplementação alimentar e segurança sanitária e fitossanitária, pela adoção de tecnologias e no emprego de rebanhos com raças geneticamente melhoradas.

As regiões Sudeste, Nordeste e Centro-Oeste merecem atenção das instituições de apoio ao setor leiteiro, pois estão entre as regiões que apresentaram os menores escores de metaeficiência técnica e ambiental.

Observa-se também na Tabela 4 que a MTR⁸ apresenta valor médio mais elevado na região Sul quando se utiliza a forma funcional Cobb-Douglas ou a Translog (valores de 0,953 e 0,951, respectivamente). Para a região Centro-Oeste, usando a forma funcional Translog, a MTR foi de 0,967. Isso indica que os pequenos produtores de leite dessas regiões estão mais próximos da metafronteira, e operando com nível tecnológico elevado (de 0,931 na forma funcional Cobb-Douglas). Por outro lado, a menor taxa média de metatecnologia é encontrada na região Sudeste, estando as suas propriedades mais distantes da metafronteira e com menor nível tecnológico. A região Sudeste, representada principalmente por produtores de leite de Minas Gerais, apresenta o maior rebanho bovino leiteiro do Brasil e a maior produção de leite, mas com baixa produtividade. Minas Gerais é um dos estados com grande heterogeneidade tecnológica entre os seus produtores de leite, sendo que a produção mais tecnificada neste estado é concentrada apenas na região do Triângulo Mineiro e do Alto Paranaíba (Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2017; Nascimento et al., 2012; Silva & Bragagnolo, 2018).

Para Battese & Rao (2002), o gap tecnológico (o MTR) é um importante indicador a ser utilizado pelos gestores e formuladores de políticas, pois ele mede o impacto de melhorias realizadas no ambiente de produção global. Agentes públicos e privados são habilitados a alterar o ambiente por meio de investimentos em capital humano, físico e financeiro, bem como auxiliar na transferência de conhecimento e tecnologias entre as regiões. Dessa maneira, é possível acompanhar o impacto que os gastos direcionados em assistência técnica e gerencial (ATeG) são capazes de gerar na redução da ineficiência dos produtores de leite e das diferenças tecnológicas existentes entre as regiões.

Analisando a metaeficiência técnica (MET) obtida por meio do modelo Translog da metafronteira estocástica (Tabela 4), os produtores situados nas regiões Sul, Nordeste, Centro-Oeste, Norte e Sudeste exibiram os maiores escores médios de metaeficiência técnica, nesta ordem. Recorrendo, entretanto, ao modelo Cobb-Douglas da metafronteira estocástica, os pequenos produtores situados nas regiões Sul, Centro-Oeste, Nordeste, Norte e Sudeste apresentaram os maiores escores médios de metaeficiência técnica, nesta ordem (Tabela 4). Os produtores do Sul sempre são os que têm maior MET, independente da forma funcional utilizada (Cobb-Douglas ou Translog) para calcular a metaeficiência técnica.

A análise das eficiências nos leva a questionar se modelos diferentes, mas usando a mesma forma funcional, apresentam diferenças estatísticas para as médias de eficiência técnica e ambiental que foram calculadas. Por meio do Teste *t* de *Student* (ver Tabela 5) rejeita-se a hipótese nula de que são iguais as médias das eficiências e das metaeficiências técnicas dos produtores agrupados a nível nacional, quando se utilizam diferentes modelos de fronteira estocástica (Modelo I *versus* Modelo II, Modelo I *versus* Modelo III, Modelo II *versus* Modelo III) e utilizando a mesma forma funcional (Cobb-Douglas ou Translog). Há, portanto, diferenças estatísticas entre as médias dos escores de eficiência e da metaeficiência técnica estimados para os pequenos produtores de leite a partir de diferentes modelos adotados na presente pesquisa para estimar a fronteira de produção.

Quando, porém, a mesma fronteira de produção (por exemplo, Modelo I) é estimada com forma funcional Cobb-Douglas ou com a Translog, estimam-se eficiências técnicas com pequenas diferenças nas suas magnitudes (de 0,789 e de 0,793, respectivamente para todo o Brasil).

⁸ Quando a MTR for 1 (100%) isto indica que a fronteira do grupo coincide com a metafronteira, ou seja, os pecuaristas de uma região estão operando com a máxima tecnologia disponível.

O mesmo ocorre para o Modelo II, quando estimado com forma funcional Cobb-Douglas ou com a Translog. E similar ocorre para o Modelo III, ao ser estimado usando a forma funcional Cobb-Douglas ou Translog. Isso é provado através Teste t , mostrado na Tabela (6). Por exemplo, o Teste t da diferença entre as metaeficiências técnicas calculadas usando o Modelo III com Cobb-Douglas e o Modelo III com Translog foi de -0,5120, com valor $p\text{-value}=0,6086$, rejeitando a hipótese de serem estatisticamente diferentes. Tal constatação também foi identificada por Cele et al. (2023) e Jiang & Sharp (2015).

Tabela 5. Resultados do Teste t de Student para as diferenças entre as estimativas de eficiência e metaeficiência técnica obtidas através de três abordagens de fronteira estocástica.

Objetivo	Hipótese testada	Teste t de Student	Probabilidade bilateral Pr (T > t)	Resultado
Verificar se há diferença nas eficiências técnicas estimadas via Modelo I, Modelo II e Modelo III – usando apenas a forma funcional da Translog	H_0 : ET Modelo I = ET Modelo II	$t = -9,5401$	$Pr = 0,0000$	Rejeita H_0
	H_1 : ET Modelo I \neq ET Modelo II			
	H_0 : ET Modelo I = MET Modelo III	$t = 18,2296$	$Pr = 0,0000$	Rejeita H_0
	H_1 : ET Modelo I \neq MET Modelo III			
Verificar se há diferença nas eficiências técnicas estimadas via Modelo I, Modelo II e Modelo III – usando apenas a forma funcional da Cobb-Douglas	H_0 : ET Modelo II = MET Modelo III	$t = 19,6178$	$Pr = 0,0000$	Rejeita H_0
	H_1 : ET Modelo II \neq MET Modelo III			
	H_0 : ET Modelo I = ET Modelo II	$t = -15,0328$	$Pr = 0,0000$	Rejeita H_0
	H_1 : ET Modelo I \neq ET Modelo II			
	H_0 : ET Modelo I = MET Modelo III	$t = 22,1584$	$Pr = 0,0000$	Rejeita H_0
	H_1 : ET Modelo I \neq MET Modelo III			
	H_0 : ET Modelo II = MET Modelo III	$t = 24,6880$	$Pr = 0,0000$	Rejeita H_0
	H_1 : ET Modelo II \neq MET Modelo III			

Fonte: Elaborado pelos autores, a partir das estimações do Teste t .

Nota: Nos Modelos I e II considera-se os escores de eficiência técnica e no Modelo III considera-se os escores de metaeficiência técnica.

Tabela 6. Resultados do Teste t de Student para as estimativas de eficiência e metaeficiência técnica obtida usando alternativamente as formas funcionais Cobb-Douglas e Translog, mas empregando o mesmo modelo de fronteira estocástica.

Objetivo	Hipótese testada	Teste t de Student	Probabilidade bilateral Pr (T > t)	Resultado
Verificar se há diferença nas eficiências técnicas estimadas pela forma funcional Translog versus a Cobb-Douglas	H_0 : ET Modelo I Translog = ET Modelo I Cobb-Douglas	$t = -1,5301$	$Pr = 0,1261$	Não rejeita H_0
	H_1 : ET Modelo I Translog \neq ET Modelo I Cobb-Douglas			
	H_0 : ET Modelo II Translog = ET Modelo II Cobb-Douglas	$t = -2,3843$	$Pr = 0,0172$	Não rejeita H_0
	H_1 : ET Modelo II Translog \neq ET Modelo II Cobb-Douglas			
	H_0 : MET Modelo III Translog = MET Modelo III Cobb-Douglas	$t = -0,5120$	$Pr = 0,6086$	Não rejeita H_0
	H_1 : MET Modelo III Translog \neq MET Modelo III Cobb-Douglas			

Fonte: Elaborados pelos autores, a partir das estimações do Teste t . Nota: Nos Modelos I e II considera-se os escores de eficiência técnica e no Modelo III considera-se os escores de metaeficiência técnica.

A partir das estimativas dos modelos (Tabelas 1, 2 e 3), das eficiências estimadas (Tabela 4) e da literatura citada na Introdução do artigo, pode-se inferir que a estimação da fronteira estocástica simples é recomendada apenas para uma amostra que compartilha a mesma tecnologia de produção. A fronteira estocástica com a inclusão de *dummies* identificando a região em que se situa o produtor pode ser considerada uma melhoria, pois com variáveis *dummies* foi possível verificar que a produção de leite difere entre as cinco regiões brasileiras, principalmente ao comparar com a região Sul (grupo de controle). Na abordagem de metafronteira, obtém-se os escores de metaeficiência técnica comparáveis entre os pequenos produtores de leite que operam sob diferentes níveis de tecnologia entre as regiões – denotando sua heterogeneidade (Alem et al., 2019; Battese et al., 2004).

Todos os modelos estimados no artigo apresentam vantagens e desvantagens, no entanto a metafronteira é a mais apropriada para estudos que assumem a existência de diferenças tecnológicas entre os produtores, como é o caso das propriedades leiteiras analisadas neste artigo e que foram agrupadas por macrorregiões do país. De acordo com Alem et al. (2019) e Kumbhakar et al. (2015), ao se considerar na estimação as diferenças tecnológicas presentes na amostra (por grupos de produtores), as chances de se obter resultados viesados ou enganosos são reduzidas.

5 Conclusões

Visando a estimar e avaliar os níveis de eficiência técnica e ambiental dos pequenos produtores de leite no Brasil, este artigo evidencia diferenças e similaridades de resultados obtidos quando se utilizam distintos modelos de fronteira estocásticas (que consideram, ou não diferenças entre regiões) e formas funcionais alternativas da função de produção (em especial, Cobb-Douglas versus Translog). Definiram-se e estimaram-se três modelos de fronteira estocástica, chamados de: Modelo I = uma única fronteira estocástica de produção para o Brasil, sem diferenciar as regiões e com vetor de variáveis explicativas da ineficiência; Modelo II = uma única fronteira estocástica de produção para o Brasil, mas com *dummies* para captar diferenças regionais e com vetor de variáveis explicativas da ineficiência; e, Modelo III = metafronteira estocástica obtida por meio de grupos de produtores de cada região do país, considerando o vetor de variáveis explicativas da ineficiência e do *gap* tecnológico entre os grupos de produtores de cada região. Cada um desses modelos foi estimado usando a formulação da Cobb-Douglas para a função de produção e usando a Translog, e buscando diagnosticar diferenças nos valores dos escores das eficiências técnica e ambiental obtidas. Atentando-se para o fato de que os Modelos I e II calculam as eficiências técnica e ambiental e o Modelo III calcula, além dessas eficiências, as metaeficiências, que são menores que as eficiências citadas e que consideram a adoção de pacotes tecnológicos diferentes pelos produtores de leite segundo a região em que se situam.

Os resultados desta pesquisa indicam que os produtores de leite assistidos pela ATeG apresentam diferentes níveis de eficiências técnica e ambiental nas distintas regiões brasileiras. Em média, a eficiência técnica foi de 79% e a eficiência ambiental de 67% nos modelos de fronteira estocástica. Para o modelo de metafronteira estocástica, usando a forma funcional Translog, a média da metaeficiência técnica foi de 74,2% e da metaeficiência ambiental foi de 64,1%. Os dados sugerem que ainda é possível elevar a metaeficiência técnica em até 25,8%, gerando impacto no aumento da produção de leite no Brasil.

Quando analisadas as metaeficiências técnica e ambiental a nível regional, percebe-se que a região Sul apresenta os maiores escores do Brasil, independente da forma funcional adotada na estimação. Por outro lado, as regiões Sudeste, Nordeste e Centro-Oeste estão entre

aquelas que apresentaram os menores escores de metaeficiência técnica e ambiental, variando conforme a forma funcional considerada. A diferença na magnitude da metaeficiência técnica da região Sul em relação às demais regiões deve-se, principalmente, aos produtores sulinos investirem em suplementação alimentar (os seus gastos com este item são 50% maiores de que na região Sudeste, por exemplo) e em segurança sanitária e fitossanitária (gastos com medicamentos), e pelo fato de receberem assistência técnica. A pecuária leiteira da região Sul pode ser considerada um modelo de condução da atividade para as outras regiões do Brasil, a fim de elevar os seus níveis de eficiência técnica e ambiental – sempre considerando as diferenças e adaptando-se às necessidades dos produtores de cada região⁹.

Foi constatado que o acesso à assistência técnica e gerencial reduz o gap tecnológico entre os produtores de leite, pois o coeficiente associado a esta variável apresenta sinal negativo (mas sendo apenas estatisticamente significativo no Modelo III com o uso da função Translog), indicando que, quanto mais tempo os pequenos produtores de leite recebem a ATeG, menor é a heterogeneidade tecnológica entre eles nas diferentes regiões brasileiras. A assistência técnica é um importante instrumento para estimular o setor leiteiro a adotar as boas práticas, obter ganhos de produtividade e elevar a produção de leite no Brasil, pois o produtor passa a ter acesso a informações sobre novas tecnologias, oriundos de pesquisas e conhecimentos importantes para o aprimoramento de suas atividades.

Ressalta-se a importância de ampliar os convênios público-privados da assistência técnica, principalmente nas regiões Norte e Sudeste. Essas são as que apresentaram os menores níveis de eficiência, segundo as estimativas realizadas nesta tese. Acredita-se que, por meio de investimentos público-privados em assistência técnica rural, será possível melhorar os níveis de eficiência técnica dos produtores de leite, contribuindo para melhor alocação dos insumos produtivos, melhor uso das tecnologias e elevação na produção de leite nacional.

Apesar dos testes de Razão de Verossimilhança, AIC e BIC sugerirem a preferência pelas SFA estimadas usando Translog em relação às usando Cobb-Douglas, foi observado que não há grandes diferenças nos valores das eficiências e metaeficiências técnicas quando se emprega o mesmo tipo de fronteira estocástica, mas com duas distintas formas funcionais da função de produção. Para a maioria das regiões e para o Brasil, os escores obtidos por meio da Cobb-Douglas resultaram em níveis de eficiência e metaeficiência com maior magnitude. Aplicando, todavia, o modelo Translog foi possível captar de maneira mais detalhada as relações entre os fatores de produção e calcular a eficiência e metaeficiência ambiental das propriedades leiteiras. O Teste *t* de *Student* indica que não há diferença estatística entre os escores médios das eficiências e metaeficiência técnica a nível nacional quando o mesmo modelo de fronteira estocástica (seja o modelo I, II ou III) é estimado, seja com o uso da forma funcional Cobb-Douglas ou com o uso da Translog.

Do que foi exposto, conclui-se que maior atenção deve-se dar às diferenças de resultados de eficiências obtidas via diferentes especificações da fronteira estocástica, do que entre diferentes formas da função de produção (Cobb-Douglas *versus* Translog). Cada um dos três modelos estimados apresenta suas vantagens e desvantagens, devendo ser escolhido de acordo com o propósito do estudo e a disponibilidade dos dados. Para os dados utilizados na presente pesquisa, em que os produtores de leite operam sob diferentes níveis de tecnologia entre as regiões (apresentam heterogeneidade), a metafronteira se mostrou a mais aconselhada.

⁹ Na presente pesquisa foi considerado que os produtores de leite de cada região do Brasil adotam tecnologias diferentes, e sua agregação em Região foi apresentada na Introdução do artigo. Entretanto, para futuros estudos outras abordagens de agrupamento de produtores considerando a adoção de tecnologia podem ser utilizadas, por exemplo, usando análise fatorial, clusters, pareamento, dentre outras.

Os resultados obtidos e a metodologia utilizada nesta pesquisa abrem espaço para que novos estudos sejam realizados e considerando dados de anos mais recentes para as propriedades que receberam assistência técnica (à medida que tais dados estejam disponíveis), bem como a utilizando de outras metodologias de mensuração das emissões – que considerem a alimentação e idade do rebanho e a compensação das emissões do rebanho pela pastagem.

Contribuições dos autores:

MAD: Concepção e desenho do estudo, Coleta de dados, Análise e interpretação, Redação do manuscrito, Revisão crítica. CJC: Concepção e desenho do estudo, Redação do manuscrito, Revisão crítica.

Suporte financeiro:

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Conflitos de interesses:

Nada a declarar.

Aprovação do conselho de ética:

Não se aplica.

Disponibilidade de dados:

Os dados da pesquisa podem ser solicitados ao Senar.

Agradecimentos:

Agradece-se à CAPES pelo suporte financeiro dado à realização do doutorado da primeira autora do artigo. E ao Senar, por disponibilizar os dados necessários à realização do trabalho.

*** Autor correspondente:**

Mariza de Almeida Devens. marizaalmeida@alumni.usp.br

6 Referências

- Abdulai, A. N., & Abdulai, A. (2017). Examining the impact of conservation agriculture on environmental efficiency among maize farmers in Zambia. *Environment and Development Economics*, 22(2), 177-201.
- Alem, H., Lien, G., Hardaker, J. B., & Guttormsen, A. (2019). Regional differences in technical efficiency and technological gap of Norwegian dairy farms: a stochastic meta-frontier model. *Applied Economics*, 51(4), 409-421.

- Battese, G. E., & Coelli, T. J. (1995). A model for technical inefficiency effects in a stochastic frontier production function for panel data. *Empirical Economics*, 20(2), 325-332.
- Battese, G. E., & Rao, D. S. P. (2002). Technology gap, efficiency, and a stochastic metafrontier function. *International Journal of Business and Economics*, 1(2), 87-93.
- Battese, G. E., Rao, D. S. P., & O'Donnell, C. J. (2004). A metafrontier production function for estimation of technical efficiencies and technology gaps for firms operating under different technologies. *Journal of Productivity Analysis*, 21(1), 91-103.
- Berndt, A., Lemes, A. P., Romero, L. A., Sakamoto, L. S., & Lima, M. A. (2015). *Emissões de metano por fermentação entérica e manejo de dejetos de animais: relatório de referência* (150 p.). Brasília: Embrapa.
- Brasil. Ministério da Ciência Tecnologia e Inovações. (2022). *Estimativas anuais de emissões de gases de efeito estufa no Brasil*. Brasília: Ministério da Ciência, Tecnologia e Inovação. Recuperado em 4 de abril de 2023, de <https://www.gov.br/mcti/pt-br/acompanhe-o-mcti/sirene/publicacoes/estimativas-anuais-de-emissoes-gee>
- Brito, R. A. D. E. (2016). *Há espaços para melhora no setor leiteiro? Uma análise de fronteira estocástica de produção e regressão quantílica utilizando dados do Censo Agropecuário 2006 (IBGE)* (Tese de doutorado). Escola Superior de Agricultura "Luiz de Queiroz", Universidade de São Paulo, Piracicaba.
- Campos, S. A. C., Coelho, A. B., Gomes, A. P., & Mattos, L. B. (2018). Determinantes da eficiência ambiental de longo prazo para a produção láctea mineira. *Revista de Economia e Agronegócio*, 16(1), 117-145.
- Cele, L. P., Hennesy, T., & Thorne, F. (2023). Regional technical efficiency rankings and their determinants in the Irish dairy industry: A stochastic meta-frontier analysis. *Agribusiness*, 39(3), 727-743.
- Coelli, T. J., Rao, D. S. P., O'Donnell, C. J., & Battese, G. E. (2005). *An introduction to efficiency and productivity analysis*. New York: Springer-Verlag.
- Cuesta, R. A. (2000). A production model with firm-specific temporal variation in technical inefficiency: with application to spanish dairy farms. *Journal of Productivity Analysis*, 13(2), 139-158.
- Dayananda, C. (2016). *Technical and environmental efficiencies of ontario dairy farming systems*. Guelph: University of Guelph.
- Fassio, L. H., Reis, R. P., & Geraldo, L. G. (2006). Desempenho técnico e econômico da atividade leiteira em Minas Gerais. *Ciência e Agrotecnologia*, 30(6), 1154-1161.
- Ferreira Junior, S., Cunha, N. R., & Da, S. (2004). Eficiência técnica na atividade leiteira de Minas Gerais: um estudo a partir de três sistemas de produção. *Organizações Rurais e Agroindustriais*, 6(2), 46-60.
- Graham, M. (2004). Environmental efficiency: Meaning and measurement and application to Australian dairy farms. In Australian Agricultural and Resource Economics Society 2004 Conference (48th). Melbourne: Australian Agricultural and Resource Economics Society.
- Gonçalves, R. M., Vieira, W. C., Lima, J. E., & Gomes, S. T. (2008). Analysis of technical efficiency of milk-producing farms in Minas Gerais. *Economia Aplicada*, 12(2), 321-335.
- Hayami, Y. (1969). Sources of Agricultural Productivity Gap Among Selected Countries. *American Journal of Agricultural Economics*, 51(3), 564-575.

- Hayami, Y., & Ruttan, V. W. (1970). Agricultural Productivity Differences among Countries. *The American Economic Review*, 60(5), 895-911.
- Huang, C. J., Huang, T. H., & Liu, N. H. (2014). A new approach to estimating the metafrontier production function based on a stochastic frontier framework. *Journal of Productivity Analysis*, 42(3), 241-254.
- Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística – IBGE. (2017). *SIDRA: Censo Agropecuário 2017*. Recuperado em 4 de abril de 2023, de <https://sidra.ibge.gov.br/pesquisa/censo-agropecuario/censo-agropecuario-2017>
- Intergovernmental Panel on Climate Change – IPCC. (2019). Emissions from Livestock and Manure Management. In Intergovernmental Panel on Climate Change (Eds.), *Guidelines for National Greenhouse Gas Inventories* (Vol. 4). Geneva: IPCC.
- Jiang, N., & Sharp, B. (2015). Technical efficiency and technological gap of New Zealand dairy farms: a stochastic meta-frontier model. *Journal of Productivity Analysis*, 44(1), 39-49.
- Kodde, D. A., & Palm, F. C. (1986). Wald criteria for jointly testing equality and inequality restrictions. *Econometrica*, 54(5), 1243-1248.
- Kumbhakar, S. C., & Lovell, C. A. K. (2000). *Stochastic frontier analysis*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Kumbhakar, S. C., Wang, H.-J., & Horncastle, A. (2015). *A practitioner's guide to stochastic frontier analysis using Stata*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Le, S., Jeffrey, S., & An, H. (2020). Greenhouse gas emissions and technical efficiency in alberta dairy production: what are the trade-offs? *Journal of Agricultural and Applied Economics*, 52(2), 177-193.
- Magalhães, K. A., & Campos, R. T. (2006). Eficiência técnica e desempenho econômico de produtores de leite no Estado do Ceará, Brasil. *Revista de Economia e Sociologia Rural*, 44(4), 695-711.
- Mareth, T., Scavarda, L. F., Thomé, A. M. T., Cyrino Oliveira, F. L., & Alves, T. W. (2019). Analysing the determinants of technical efficiency of dairy farms in Brazil. *International Journal of Productivity and Performance Management*, 68(2), 464-481.
- Melo-Becerra, L. A., & Orozco-Gallo, J. A. (2017). Technical efficiency for Colombian small crop and livestock farmers: A stochastic metafrontier approach for different production systems. *Journal of Productivity Analysis*, 47(1), 1-16.
- Moreira, V. H., & Bravo-Ureta, B. E. (2010). Technical efficiency and metatechnology ratios for dairy farms in three southern cone countries: a stochastic meta-frontier model. *Journal of Productivity Analysis*, 33(1), 33-45.
- Nascimento, A. C. C., Lima, J. E., Braga, M. J., Nascimento, M., & Gomes, A. P. (2012). Eficiência técnica da atividade leiteira em Minas Gerais: Uma aplicação de regressão quantílica. *Revista Brasileira de Zootecnia*, 41(3), 783-789.
- Nin-Pratt, A. (2013). Reducing the environmental efficiency gap in global livestock production. *American Journal of Agricultural Economics*, 95(5), 1294-1300.
- Novo, A. M., Slingerland, M., Jansen, K., Kanellopoulos, A., & Giller, K. E. (2013). Feasibility and competitiveness of intensive smallholder dairy farming in Brazil in comparison with soya and sugarcane: Case study of the Balde Cheio Programme. *Agricultural Systems*, 121, 63-72.
- O'Donnell, C. J., Rao, D. S. P., & Battese, G. E. (2008). Metafrontier frameworks for the study of firm-level efficiencies and technology ratios. *Empirical Economics*, 34(2), 231-255.

- Reinhard, S., Lovell, C. A. K., & Thijssen, G. (1999). Econometric estimation of technical and environmental efficiency: an application to Dutch dairy farms. *American Journal of Agricultural Economics*, 81(1), 44-60.
- Reinhard, S., Lovell, C. A. K., & Thijssen, G. (2002). Analysis of environmental efficiency variation. *American Journal of Agricultural Economics*, 89(January), 1054-1065.
- Serviço Nacional de Aprendizagem Rural – SENAR. (2022). *Documento norteador da assistência técnica e gerencial*. Brasília: Senar.
- Shortall, O. K., & Barnes, A. P. (2013). Greenhouse gas emissions and the technical efficiency of dairy farmers. *Ecological Indicators*, 29, 478-488.
- Silva, C. S. S., & Bragagnolo, C. (2018). Eficiência técnica e ambiental da pecuária leiteira na região do Triângulo Mineiro e Alto Paranaíba. *Revista de Economia e Agronegócio*, 16(2), 242-261.
- Sousa, L. O., Campos, S. A. C., & Gomes, M. F. M. (2012). Technical performance of milk producers in the state of Goiás, Brazil, in the short and long terms. *Revista Brasileira de Zootecnia*, 41(8), 1944-1950.
- Travassos, G. F., Sobreira, D. B., Gomes, A. P., & Carneiro, A. V. (2016). Determinantes da eficiência técnica dos produtores de leite da Mesorregião da Zona da Mata - MG. *Revista de Economia e Agronegócio*, 13(1-3), 63-92.
- United States Department of Agriculture – USDA. (2024). *Dairy: world markets and trade*. Recuperado em 28 de abril de 2026, de <https://apps.fas.usda.gov/psdonline/app/index.html#/app/home>
- Urdiales, M. P., Lansink, A. O., & Wall, A. (2016). Eco-efficiency among dairy farmers: the importance of socio-economic characteristics and farmer attitudes. *Environmental and Resource Economics*, 64(4), 559-574.
- Vilela, D., & Andrade, R. (2018). O leite no Cerrado O que esperar em ganhos de produção e produtividade. *Revista de Política Agrícola*, (2), 66-78.

Data de submissão: 9 de agosto de 2025.

Data de aceite: 24 de fevereiro de 2026.

Classificação JEL: C51; D24; Q12.

Editor associado: Carlos Eduardo de Freitas Vian